

分类号： TN915.6

单位代码： 10335

学 号： 11831053

# 浙江大学

## 博士学位论文



中文论文题目： 大规模免授权随机接入理论  
和关键技术研究

英文论文题目： Research on Theories and Key Techniques  
of Massive Grant-Free Random Access

申请人姓名： 邵晓丹

指导教师： 陈晓明

专业名称： 信息与通信工程

研究方向： 无线通信

所在学院： 信息与电子工程学院

论文提交日期 2022年3月23日



大规模免授权随机接入理论  
和关键技术研究



论文作者签名: 邵皓丹

指导教师签名: 陈

论文评阅人1: 匿名

评阅人2: 匿名

评阅人3: 匿名

评阅人4: 匿名

评阅人5: 匿名

答辩委员会主席: 沈会良 教授 浙江大学信电学院

委员1: 黄崇文 研究员 浙江大学信电学院

委员2: 张明 教授 浙江大学信电学院

委员3: 王玮 教授 浙江大学信电学院

委员4: 吴泳澎 研究员 上海交通大学

答辩日期: 2022年3月18日



**Research on Theories and Key Techniques**  
**of Massive Grant-Free Random Access**



Author's signature: Xiaodan Shao

Supervisor's signature: Xiaoming Chen

External Reviewers: \_\_\_\_\_ Anonymous  
\_\_\_\_\_ Anonymous  
\_\_\_\_\_ Anonymous  
\_\_\_\_\_ Anonymous  
\_\_\_\_\_ Anonymous

Examining Committee Chairperson:

\_\_\_\_\_ Prof. Huiliang Shen ZJU

Examining Committee Members:

\_\_\_\_\_ Prof. Chongwen Huang ZJU

\_\_\_\_\_ Prof. Ming Zhang ZJU

\_\_\_\_\_ Prof. Wei Wang ZJU

\_\_\_\_\_ Prof. Yongpeng Wu SJTU

Date of oral defence: March 18, 2022



## 浙江大学研究生学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得浙江大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名： 签字日期：2022年3月23日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解浙江大学有权保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权浙江大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名： 导师签名：  
签字日期：2022年3月23日 签字日期：2022年3月23日





## 致 谢

时光易逝，弹指一挥间。昔日稚气未脱，如今老成稳重。我选择了难走的路，做了自己应该做的事，亦坚信静能生慧，定能生智，记不得曾执着的在一个科学问题的大门上敲了多久，数不清放弃了多少假期独自坚守在实验室，然后惊喜的发现，所有的艰辛和磨难不但不能奈你何，反而更衬托出你那从容不迫的风度。学术路慢慢，越知越无知，在今后的岁月里，愿我成为自己的太阳，宠辱不惊，继续微笑着走向世界。

本论文是在浙江大学争创优秀博士学位论文资助和博士研究生学术新星培养计划资助下完成的，在此感谢浙江大学研究生院和信电学院各委员会老师，这两项资助解决了我的后顾之忧，让我集中精力潜心开展高水平研究，孜孜不倦学习，力争取得创新性成果，并励志成为具有独立科研创新能力和国际竞争力的优秀青年学者。

老师们的教诲如同“随风潜入夜”的春雨，润物无声。首先，我要由衷地感谢导师陈晓明教授。感谢有幸成为您的第一位博士生，一朝师恩，终身难报。陈老师经常督促我独立科研，鼓励我不断跟进国际会议，开阔眼界，虚心学习，踏实求进。陈老师点点滴滴的指导都历历在目。夏威夷开会时，他悉心照顾引导；遇到科研瓶颈时，他帮助剥离分析；生活困苦时，他鼓励我坚持不弃。他勤恳的工作态度早已在我心中打下烙印，让我在以后的工作和生活中严以律己，宽以待人，勤奋乐观。

同时，我要向合作导师张朝阳教授表达我最崇高的敬意。感谢张老师为我提供学习资源，使得我有幸坐在张老师的实验室里学习。张老师生活中平易近人，犹记暑期天气炎热，张老师嘱咐我随实验室的同学一起线上订餐时的细心；张老师对学术有着高度的热情，组会时精神高涨，专业知识雄厚，思维活跃，精准提出的问题引人深思；张老师虽忙碌却不忘对晚辈提携指导，犹记帮我分析职业选择的耐心，和迎面走来时的微笑致意。

感谢尊师李春光教授“教谆谆而明道”的引路之恩。感谢钟财军教授在科研上给予我的无私帮助。感谢恩师陈枫教授的知遇之恩，从第一次见面起，陈老师便事无巨细，帮我权衡取舍分析利弊，如同呵护孩子般怕我受到羁绊。感谢黄崇文研究员，尤记黄老师在下班后赶回学校为我答疑解惑的场景，敬佩黄老师敏锐的思维和分析问题时的独特见解。感谢程磊研究员带我走进了数据科学的世界，亦感谢程老师在事业上给予我的诸多建议和

帮助。感谢王玮教授，王老师简明扼要、生动风趣的授课让我切实深化了对优化理论的理解。同样感谢刘英教授、赵明敏教授和余官定教授曾经的教导与开解。在诸多老师的熏陶下，我坚定要做一个好老师和优秀的科研工作者。

感谢联合培养导师-新加坡国立大学的Prof. Rui Zhang, Prof. Zhang在我的研究遇到瓶颈时带领我进入了一座新的科研殿堂。他无私奉献，一心只为培养我们后辈的精神深深的触动了我。Prof. Zhang 每时每刻都能打开我的格局，与他的交流、交往、提问，不论对错，对我固有的思维都是一次提升和挑战。他常常和我说“Deep Thinking”，让我深刻体会到思考问题的深浅决定了一个人的创造力。感谢联合培养导师-新南威尔士大学的Prof. Derrick Wing Kwan Ng, Kwan老师亦师亦友，与其探讨问题其乐无穷，讨论科研问题时他严肃认真，科研之外他轻松幽默，不拘一格。两位老师的种种教诲将使我受益终身。

海内存知己，天涯若比邻。我要感谢好友陶琴、胡小玲和任金科，他们在我出国留学和职业规划等很多方面均给了我很好的建议。感谢贾润东、俞光华和褚建杭，与你们度过了很多欢乐的时光。感谢杨禹志、郑灯、姚俊杰、车竞择、王珏、秦康剑、焦春旭、王忠禹、田卓君、童欣、田雨晴、黄颖之、肖卓然、陈子瑞、商宇洲、金闪、强意扬、高智赫、李米丽和应铭，他们在科研和生活上给了我无尽的帮助，也感谢他们在我出国期间帮我处理了繁杂的手续。感谢齐俏、郭涔峰、田飞燕和王琦。感谢好友梅渭东、刘杭、朱立鹏、郑倍雄、林少娥、游昌盛、马文焱、李林、付敏和黄子轩，他们在生活和工作上提供的无私帮助，化解了我身在异国他乡的各种困难。感谢陈月老师为我处理复杂的财务手续。

生命中最重要就是家人。我要感谢深深爱着我的父亲、兄长和爱人，他们分享我的成功与喜悦，包容我的胆怯和犹豫，是我最坚强的后盾，让我在失败时不气馁，受挫时不放弃，勇敢面对生活。

最后，我要将这篇毕业文献给深深爱着我的母亲王桂华女士。子欲养而亲不待是我一生最大的遗憾，我也坚信这世上存在一种看不见，却能感知到的幸福。母亲性格坚毅，为人和善，不管遇到多大的困难，母亲总是自己默默承受。母亲也有一颗爱美的心，会叮嘱我给她买好看的衣服。小学时，父亲和兄长外出办事，母亲独自一个人撑起了整个家；高考前夕，母亲放弃自己的工作，陪我奋战一年；大学毕业后，母亲常说你要坚持走自己的路，想做什么就做什么，所以我有勇气坚持科研一直到现在。在母亲面前自己总像个孩子，母亲几乎每天都会问我同样的问题，“吃饭了吗，早点回去休息”，温暖且百听不厌。不管有什么好消息，我都会第一时间分享给母亲，母亲在高兴的同时总会补上一句“差不多就行了，不要太累”。母亲，这篇毕业文献给您，这亦是您的杰作！

邵晓丹

2021年12月于求是园

## 摘 要

随着城市大脑、工业互联网和物联网等垂直行业的快速发展，无线设备的数量呈现了爆发式增长。据预计到2030年，无线设备将达到千亿数量级，并且这些设备大都是随机激活的。然而，第五代移动通信网络只能支持每个小区5万个节点的接入，无法满足垂直行业的发展需求。因此，持续演进的大规模机器通信将是第六代移动通信网络的应用场景之一。在此背景下，具有高可靠、低时延和小成本特性的大规模免授权随机接入技术被广泛认为是第六代移动通信网络的核心技术之一。

本论文以蜂窝物联网和无小区网络为典型场景，针对大规模免授权随机接入的前导序列资源和计算负载受限等难题，以“高可靠接入”、“可扩展接入”和“全覆盖接入”为主要研究目标，采用信号检测、估计和深度学习等理论方法以及模型构建、算法设计、性能评估、仿真验证等研究手段，提出了一系列大规模免授权随机接入方案与算法。论文的主要内容及其创新性如下。

第一，为了分析影响大规模免授权随机接入性能的因素，本文为蜂窝物联网设计了一个由激活设备检测和信道估计、上行数据传输和下行数据传输组成的三相传输协议。基于免授权随机接入获得的信道状态信息，本文推导出了激活设备的可达速率闭式表达式，进而揭示了联合激活设备检测和信道估计的关键参数对系统性能的影响，为大规模免授权随机接入的设计提供了理论指导。此外，为了提高大规模免授权随机接入的整体性能，本文提出了一种三相传输协议的时隙长度优化算法。仿真结果验证了理论分析的精确性和所提时隙长度优化算法的有效性。

第二，为了解决大规模免授权随机接入存在的前导序列过长和计算负载过重的难题，本文提出了一种基于降维的联合激活设备检测和信道估计方案，其利用设备状态矩阵的稀疏和低秩特性，将接收信号投影到低维空间。基于降维模型，本文为联合激活设备检测和信道估计建立了一个具有列满秩约束的优化问题，但这一问题是非凸且NP难的。为此，本文设计了对数平滑方法以解决目标函数的非平滑性问题，并将低维设备状态矩阵转化为半正定矩阵，进而得到了基于黎曼几何的联合激活设备检测和信道估计算法。仿真结果表明所提算法在激活设备检测可靠性、信道估计精确度和计算复杂度方面均优于现有算法。

第三，为了实现复杂环境下的智能接入，本文为联合激活设备检测和信道估计问题设计了一种新颖的深度学习框架，它包含降维模块、深度学习网络模块、激活设备检测模块和信道估计模块。通过结合期望最大化和反向传播方法，本文在深度学习网络中引入了自适应调整模块，可以自动调整噪声精度并学习设备状态矩阵的分布参数。根据实际复杂传播环境，本文将设备状态矩阵的元素建模为伯努利-高斯混合分布的随机变量，并基于此设计了一种新的降噪器，以提高检测性能。结合所设计的自适应调整模块和降噪器，本文设计了一个包括内网和外网的特征辅助自适应调整深度学习网络，其中内网的引入可以进一步减少由于先验分布参数学习的不完善而导致的性能损失。仿真结果验证了该智能接入算法能够有效提高成功检测概率，并降低接入时延。

第四，为了探索高频段频谱资源，本文设计了一种基于毫米波/太赫兹的宽带大规模联合激活设备检测和信道估计方案。由于高频段信道的延迟和角度扩展，毫米波/太赫兹频段相比于低频段在延迟-角度域具有明显的稀疏性和低秩性。基于这一联合低秩和稀疏性，本文首先从理论上证明了对于所研究的稀疏信号恢复问题， $l_0$  范数和低秩两项约束可以替代 $l_0$  范数、Frobenius 范数和低秩三项约束。为解决由此所形成的复杂信号检测问题，本文基于乘积流形的一阶搜索方法，提出了两种新颖的多重秩已知稀疏信号恢复算法。然后，本文表征了此算法的不相干和收缩区域，进而建立了误差收缩表达式，并结合留一法扰动理论给出了误差收缩成立的条件，从而证明了所提算法的收敛性。仿真结果表明所提出的算法可以有效地提升接入可靠性。

第五，为了增强大规模免授权随机接入网络的可扩展性，本文提出了面向无小区网络的分布式协作激活设备检测方案。本文利用统计信息和相邻接入点接收信号的联合相似性和稀疏性，设计了一种基于前向后向分裂策略的分布式近似分离算法以解决激活设备检测问题。进一步，本文结合李雅普诺夫函数和近端映射的非扩张特性，从理论上详细分析了所提出的协作激活设备检测算法的收敛特性。相应分析结果表明，所提出的算法收敛速度快且计算复杂度和通信成本较低。值得注意的是，由于本方案不需要集中式的融合中心，多个接入点之间的协作激活设备检测只需要交换低维中间信息，即设备状态信息，所以其在应对接入点或前传链路的故障方面具有超高可靠性和稳健性。最后，仿真结果显示所提出的算法可以有效地支持大规模设备的随机接入。

**关键词：** 巨连接，免授权随机接入，大规模机器通信，激活设备检测和信道估计，6G

## Abstract

With the rapid development of vertical industries such as city brains, the industrial Internet, and the Internet of Things (IoT), the number of wireless devices with sporadic traffic has witnessed explosive growth. It is anticipated that the number of wireless devices will reach hundreds of billions by 2030. However, fifth-generation (5G) wireless networks can support only 50,000 devices in each cell, which cannot fully satisfy the goal of vertical industries. Thus, the continuous evolution of massive machine type communication (mMTC+) will still be one of main use cases of sixth-generation (6G) wireless networks. In this context, massive grant-free random access with high reliability, low latency, and low cost is widely regarded as one of key technologies of 6G wireless networks.

This thesis takes cellular Internet of Things (CIoT) and cell-free networks as typical scenarios, and addresses the problems of limited preamble resources and limited computational load in mMTC+ systems. With highly reliable access, scalable access, and full coverage access as the main research goals, this thesis adopts signal detection, estimation, deep learning, and other theoretical methods as well as model establishment, algorithm design, performance analysis, and simulation test to design a series of massive grant-free random access schemes and algorithms. The contributions and novelty of this thesis are as follows.

Firstly, to analyze the factors affecting the performance of massive grant-free random access, this thesis designs a three-phase transmission protocol that consists of device detection and channel estimation, uplink data transmission, and downlink data transmission for the cellular IoT. With the obtained channel state information (CSI) during grant-free random access, this thesis derives the closed-form expressions for the achievable rates of active devices, and then reveals the impacts of the key parameters of joint activity detection and channel estimation (JADCE) on the system performance. In addition, in order to improve the overall performance of grant-free random access, this thesis proposes a length allocation algorithm by coordinating the three-phase transmission protocol in a unified sense. Extensive simulation results verify the accuracy of the theoretical

analysis and substantial performance gain of the proposed algorithm.

Secondly, to reduce the access latency and the signaling overhead, this thesis proposes a dimension reduction scheme, which projects the received signal to a low-dimensional space by exploiting its sparse and low-rank structure. Based on the dimension reduction model, this thesis establishes an optimization problem with a coupled full column rank constraint for JADCE. However, the resulting problem is non-convex and NP-hard. To overcome this challenge, this thesis proposes a logarithmic smoothing method for the non-smoothed objective function and transforms the low-dimensional device state matrix to a positive semidefinite matrix, followed by giving a Riemannian trust-region algorithm to solve the problem in complex field. Simulation results show that the proposed algorithm is superior to the state-of-art algorithms in terms of detection reliability, channel estimation accuracy, and computational complexity.

Thirdly, to realize intelligent access, this thesis proposes a novel deep learning framework for JADCE, which contains a dimension reduction module, a deep learning network module, an active device detection module, and a channel estimation module. By combining the expectation-maximization (EM) and back-propagation, this thesis introduces an adaptive-tuning strategy in the deep learning network to jointly learn the distribution parameters of the device state matrix and tune the precision of additive white Gaussian noise. Moreover, by exploiting the Bernoulli-Gaussian mixture model of device state matrix, this thesis designs a novel denoiser to improve the detection performance. Finally, with the designed denoiser and adaptive-tuning strategy, this thesis designs an inner layer-by-layer and outer layer-by-layer training method, where the inner layer-by-layer training can further reduce the performance loss caused by the imperfect learning of the prior distribution parameters. Simulation results confirm that the intelligent access algorithm can effectively improve the probability of detection success and reduce the access delay.

Next, to explore high-frequency spectrum resources, this thesis designs a JADCE scheme for Millimeter-Wave(mmW)/Terahertz (THz) wideband massive access. Due to the delay-angular spreads of the high-frequency channel, the mmW/THz frequency band has obvious delay-angular domain sparsity and low-rank structures compared to the low-frequency band. Based on the sparse signal with the above delay-angular domain structure, this thesis proposes to recover the simultaneously sparse-block and low-rank device state matrix by combining  $l_0$  norm and low rank under approximation conditions, instead of jointly using  $l_0$  norm, Frobenius norm, and low-rank constraints. To resolve the resulting problem, this thesis proposes two multi-rank aware JADCE algorithms via applying the product manifold. Finally, this thesis theoretically proves the convergence of the

proposed algorithm by characterizing the incoherence and contraction area, establishing the error contraction, and combining with the leave-one-out perturbation argument. Extensive simulation results confirm that the proposed algorithm can effectively improve the access reliability.

Finally, to enhance the scalability of massive grant-free random access, this thesis proposes a cooperative framework for decentralized device activity detection in a cell-free network. In particular, by exploiting statistical information and joint similarity and sparsity of the device state matrices, this thesis proposes a decentralized approximate separating algorithm based on the forward-backward splitting strategy for addressing the JADCE problem. By combining Lyapunov function and non-expansiveness property, this thesis provides sufficient conditions on the step sizes that ensure the convergence of the proposed algorithm in the sense of Bregman divergence. More importantly, the proposed algorithm is reliable and robust to access point and/or fronthaul link failure. Simulation results verify that the proposed algorithm can accommodate a significantly larger number of active devices with a reasonable antenna array size, compared with the state-of-art algorithms.

**Keywords:** Massive connectivity, grant-free random access, massive machine-type communications, joint activity detection and channel estimation, 6G





## 插 图

1.1	6G大规模随机接入应用场景示意图.....	3
1.2	设备偶发性接入示意图.....	4
1.3	设备数目演进示意图.....	4
1.4	6G 大规模随机接入需求示意图.....	6
1.5	基于授权的随机接入示意图.....	9
1.6	免授权的随机接入示意图.....	11
1.7	基于压缩感知的随机接入示意图.....	12
1.8	文章结构与研究内容.....	16
2.1	带有偶发性业务的6G蜂窝物联网示意图.....	20
2.2	三相传输协议示意图.....	21
2.3	基站天线数目对虚警概率和漏检概率的影响.....	36
2.4	上行和速率的理论值和仿真值的比较.....	36
2.5	下行和速率的理论值和仿真值的比较.....	37
2.6	前导序列能量对上行和下行速率和的影响.....	37
2.7	基站天线数目对上行和下行速率和的影响.....	38
2.8	时隙长度对上行和下行速率和的影响.....	38
3.1	大规模免授权随机接入模型.....	40
3.2	基于对数平滑器的平滑方法的可视化展示.....	47
3.3	对数平滑器的导数.....	48
3.4	切线空间和黎曼回缩的示意图.....	51
3.5	秩估计算法的性能.....	56
3.6	秩估计值 $\hat{r}$ 对检测错误率的影响.....	57
3.7	不同前导序列长度 $L$ 对检测错误率的影响.....	58
3.8	基站天线数量 $M$ 对检测错误率的影响.....	59

3.9	前导序列发射功率 $p$ 对检测错误率的影响.....	59
3.10	设备总数目对检测错误率的影响.....	60
3.11	设备激活概率对NMSE的影响.....	61
3.12	前导序列长度对NMSE的影响.....	62
4.1	基于深度学习的联合激活设备检测和信道估计框架示意图.....	65
4.2	提出的FAT-DL 架构示意图.....	74
4.3	外部网络层数对NMSE的影响, 其中 $\mathbf{A}$ 服从i.i.d.标准正态分布.....	78
4.4	外部网络层数对NMSE的影响, 其中 $\mathbf{A}$ 的条件数为20.....	79
4.5	前导序列长度对AER的影响.....	80
4.6	SNR对AER的影响.....	80
4.7	设备激活概率对AER的影响.....	81
4.8	基站天线数目对AER的影响.....	82
4.9	训练集大小对AER的影响.....	82
4.10	混合因子数目对AER的影响.....	83
4.11	固定分布参数对AER的影响.....	84
4.12	恢复伯努利-学生t分布的信号的的性能比较.....	84
5.1	延迟域和角度域扩展 $p$ 对NMSE的影响.....	103
5.2	前导序列长度 $B_p$ 对NMSE的影响.....	103
5.3	算法运行时间的比较.....	105
5.4	设备激活概率 $K/N$ 对NMSE的影响.....	105
5.5	设备总数量 $N$ 对NMSE的影响.....	105
5.6	SNR对检测错误率的影响.....	105
5.7	$L_{\max}$ 对NMSE的影响.....	107
5.8	秩估计值对NMSE和AER的影响.....	107
6.1	配备多个接入点的6G无小区大规模随机接入网络示意图.....	111
6.2	算法收敛速度的展示.....	125
6.3	概率 $\bar{p}$ 对检测错误率的影响.....	125
6.4	合作接入点的数量对检测错误率的影响.....	126
6.5	前导序列长度对检测错误率的影响.....	127
6.6	激活概率对检测错误率的影响.....	127
6.7	SNR对检测错误率的影响.....	128

## 表 格

1.1	无线接入技术对比.....	2
1.2	基于授权和免授权随机接入的优缺点比较.....	10
2.1	仿真参数的设置.....	36
4.1	算法的计算复杂度和内存复杂度比较.....	77
5.1	MRAS算法和基准算法的计算复杂度比较 .....	99
6.1	CAD算法和基线方案的计算复杂度比较 .....	120



## 符号对照表

符号	表示含义
$a$	标量 $a$
$\mathbf{a}$	向量 $\mathbf{a}$
$\mathbf{A}$	矩阵 $\mathbf{A}$
$(\cdot)^T$	转置
$(\cdot)^\dagger$	共轭
$(\cdot)^H$	共轭转置
$(\cdot)^{-1}$	矩阵的逆
$\text{tr}(\cdot)$	矩阵的迹
$\text{vec}(\cdot)$	矩阵向量化
$\mathbb{E}\{\cdot\}$	数学期望
$\det[\cdot]$	行列式的值
$ \cdot $	绝对值
$\ \cdot\ $	谱范数
$\ \cdot\ _2$	欧式范数
$\ \cdot\ _F$	弗罗贝尼乌斯范数
$\otimes$	克罗内克积运算
$\text{diag}(\mathbf{x})$	以向量 $\mathbf{x}$ 为对角元素的对角阵
$[\mathbf{A}]_{ij}$	矩阵的第 $i$ 行第 $j$ 列元素
$\Re(\mathbf{C})$	矩阵 $\mathbf{C}$ 的实部
$\Im(\mathbf{C})$	矩阵 $\mathbf{C}$ 的虚部
$\mathbb{C}^{M \times K}$	复数域上 $M \times N$ 矩阵
$\mathbf{0}$	零矩阵
$f'(x)$	函数 $f(x)$ 的一阶导数
$\dot{f}(x)$	函数 $f(x)$ 关于 $x$ 的微分

符号	表示含义
$\min(\cdot)$	取最小值运算
$\max(\cdot)$	取最大值运算
$\rightarrow$	趋近于
$\mathcal{O}$	复杂度
$\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \Sigma)$	复高斯分布
$\mathcal{CN}(\mathbf{a}; \mathbf{b}, \Sigma)$	变量 $\mathbf{a}$ 服从复高斯分布
$\langle \cdot \rangle$	取经验平均值
$ \cdot _c$	集合的基数
$\mathbf{A}(n, :)$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 $n$ 行
$\mathbf{A}(:, n)$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 $n$ 列
$\ \mathbf{A}\ _{2,1}$	$l_{2,1}$ 范数, 即 $\mathbf{A}$ 的各行欧式范数求和
$\ \mathbf{A}\ _{2,0}$	$l_{2,0}$ 范数, 即 $\mathbf{A}$ 各行欧式范数中非零元素个数
$\ \mathbf{A}\ _1$	$l_1$ 范数, 即 $\mathbf{A}$ 的各个元素的绝对值之和
$l_0$	矩阵或者向量中非零元素的个数
$\langle \cdot \rangle_a$	内积
$\text{col}(\cdot)$	列向量
$\odot$	两个矩阵对应位置的元素相乘
$\nabla f(\cdot)$	函数 $f(\cdot)$ 的一阶导数
$\partial f(\cdot)$	函数 $f(\cdot)$ 的一阶偏导数
$\text{rank}(\cdot)$	矩阵的秩
$\lfloor a \rfloor$	实数的向下舍入运算
$[N]$	代表集合 $\{1, 2, \dots, N\}$
$\binom{N}{\Theta}$	数学组合, 其中 $\Theta \leq N$
$\mathbf{s}_r$	矩阵 $\mathbf{S}$ 的第 $r$ 列
$s_{nr}$	矩阵 $\mathbf{S}$ 的第 $n$ 行第 $r$ 列的元素
$\mathbf{I}$	单位矩阵

## 缩写词列表

缩略词	英文全称	中文全称
1G	1st Generation	第一代移动通信
3G	3th Generation	第三代移动通信
4G	4th Generation	第四代移动通信
5G	5th Generation	第五代移动通信
6G	6th Generation	第六代移动通信
AWGN	Additive White Gaussian Noise	加性高斯白噪声
CSI	Channel State Information	信道状态信息
TDD	Time Division Duplex	时分双工
i.i.d.	independent and identically distributed	独立同分布
mMTC	massive Machine-Type Communications	大规模机器通信
mMTC+	Continuous evolution of mMTC	持续演进的大规模机器通信
HTC	Human-Type Communication	人类通信
IoE	Internet of Everything	万物互联
HIoE	Hyper Intelligence Internet of Everything	超智能万物互联
IoT	Internet-of-Things	物联网
NMSE	Normalized Mean Square Error	归一化均方误差
AER	Activity Error Rate	检测错误率
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output	多输入多输出
ML	Maximum Likelihood	最大似然
EM	Expectation-Maximization	期望最大化
MMSE	Minimum Mean Square Error	最小均方误差
LMMSE	Linear Minimum Mean Square Error	线性最小均方误差

缩略词	英文全称	中文全称
NNLS	Non-Negative Least Squares	非负最小二乘法
CAD	Cooperative Activity Detection	合作激活检测
RIP	Restricted Isometry Property	等距性
Block-RIP	Block Restricted Isometry Property	块约束等距性
SB&L-RIP	Sparse-Block and Low-Rank RIP	稀疏块和低秩RIP
SVD	Singular Value Decomposition	奇异值分解
JADCE	Joint Activity Detection and Channel Estimation	联合激活设备检测和信道估计
AP	Access Point	接入点
DNN	Deep Neural Network	深度神经网络
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing	正交频分复用
mmW	Millimeter-Wave	毫米波
THz	Terahertz	太赫兹
FAT-DL	Feature-Aided Adaptive-Tuning Deep Learning	特征辅助自适应调整深度学习
AMP	Approximate Message Passing	近似消息传递
VAMP	Vector Approximate Message Passing	矢量近似消息传递
CS	Compressed Sensing	压缩感知
SDP	Semidefinite Programming	半定规划
DR-JADCE	Dimension Reduction-based JADCE	基于降维的JADCE
OMP	Orthogonal Matching Pursuit	正交匹配追踪
SOMP	Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit	联合正交匹配追踪
ULA	Uniform Linear Array	均匀线性阵列
RG	Riemannian Gradient Decent	黎曼梯度
RC	Riemannian Conjugate Gradient	黎曼共轭梯度
MRAS	Multi-Rank Aware Sparse Recovery	多重秩已知稀疏恢复
MSE	Mean-Square Error	均方误差
SINR	Signal to Interference plus Noise Ratio	信干噪比
SNR	Signal to Noise Ratio	信噪比
LAMP	Learned Approximate Message Passing	基于学习的近似消息传递
PDF	Probability Density Function	概率密度函数



缩略词	英文全称	中文全称
URLLC	Ultra-Reliable Low Latency Communication	高可靠低时延通信
KKT	Karush-Kuhn-Tucker	卡罗需-库恩-塔克条件
BS	Base Station	基站
RIC	Region of Incoherence and Contraction	不相干和收缩区域
GFRA	Grant-Free Random Access	免授权随机接入
NOMA	Non-Orthogonal Multiple Access	非正交多址接入
WLAN	Wireless Local Area Network	无线局域网
LoRa	Long Range radio	远距离无线电
LTE	Long Term Evolution	长期演进
NB-IoT	Narrow-Band IoT	窄带物联网
CIoT	Cellular Internet of Things	蜂窝物联网
mMIMO	massive MIMO	大规模MIMO
ITU	International Telecommunication Union	国际电信联盟
LPWAN	Low Power Wide Area Network	低功耗广域网
MRC	Maximum Ratio Combining	最大比合并
MRT	Maximum Ratio Transmission	最大比传输
MMV	Multiple Measurement Vectors	多测量向量
LVAMP	Learned Vector Approximate Message Passing	基于学习的VAMP
FISTA	Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm	快速迭代收缩阈值算法
OAMP-Net	Orthogonal AMP-Net	正交近似消息传递网络



# 目 录

致谢	I
摘要	III
Abstract	V
插图	IX
表格	XI
符号对照表	XIII
缩写词列表	XV
目录	
<b>第一章 绪论</b>	<b>1</b>
1.1 大规模随机接入概述.....	1
1.1.1 研究背景 .....	1
1.1.2 大规模随机接入系统的特性 .....	4
1.1.3 大规模随机接入系统的需求 .....	6
1.2 大规模随机接入技术的研究现状.....	7
1.2.1 基于授权的随机接入 .....	7
1.2.2 免授权的随机接入 .....	9
1.2.3 大规模免授权随机接入面临的挑战 .....	14
1.3 论文主要研究内容和结构安排.....	15
<b>第二章 大规模免授权随机接入的一体化设计</b>	<b>19</b>
2.1 引言.....	19
2.2 系统模型.....	20
2.2.1 激活设备检测和信道估计 .....	21
2.2.2 上行数据传输 .....	23
2.2.3 下行数据传输 .....	24

2.3	蜂窝物联网的性能分析.....	25
2.3.1	上行链路可达速率 .....	26
2.3.2	下行链路可达速率 .....	28
2.4	三相传输协议的性能优化.....	29
2.4.1	前导序列长度的优化 .....	30
2.4.2	上行数据传输长度的优化 .....	33
2.4.3	算法的收敛性和复杂度分析 .....	34
2.5	仿真实验与结果分析.....	35
2.6	本章小结.....	38
<b>第三章</b>	<b>基于降维的联合激活设备检测和信道估计方案设计</b>	<b>39</b>
3.1	引言.....	39
3.2	系统模型.....	40
3.3	联合激活设备检测和信道估计框架设计.....	41
3.3.1	降维 .....	41
3.3.2	秩估计 .....	42
3.3.3	大规模随机接入框架 .....	45
3.4	基于黎曼优化的JADCE算法 .....	49
3.4.1	问题重构 .....	49
3.4.2	参数的流形几何结构 .....	50
3.4.3	黎曼梯度和黎曼黑塞矩阵 .....	52
3.4.4	黎曼信赖域优化算法 .....	53
3.4.5	计算复杂度分析 .....	54
3.5	仿真实验与结果分析.....	55
3.6	本章小结.....	61
<b>第四章</b>	<b>基于深度学习的智能激活设备检测和信道估计方案设计</b>	<b>63</b>
4.1	引言.....	63
4.2	系统模型.....	64
4.3	一种新型深度学习框架.....	64
4.3.1	降维 .....	65
4.3.2	深度学习网络 .....	65

4.3.3	激活设备检测 .....	66
4.3.4	信道估计 .....	66
4.4	特征辅助的自适应调整深度学习网络的设计.....	66
4.4.1	VAMP 算法 .....	67
4.4.2	伯努利-高斯混合分布.....	68
4.4.3	特定降噪器的设计 .....	69
4.4.4	网络自适应调整模块的设计 .....	71
4.4.5	参数学习 .....	73
4.4.6	深度学习网络的实施细节和分析 .....	75
4.4.7	计算复杂度 .....	76
4.5	仿真实验与结果分析.....	77
4.6	结论.....	85
<b>第五章</b>	<b>基于毫米波/太赫兹的宽带激活设备检测和信道估计方案设计</b>	<b>87</b>
5.1	引言.....	87
5.2	系统模型.....	88
5.3	多重秩已知的JADCE算法的设计 .....	92
5.3.1	联合块稀疏和低秩的近似设计 .....	92
5.3.2	探究多重已知的秩 .....	94
5.3.3	乘积流形上的一阶搜索 .....	95
5.3.4	计算复杂度分析 .....	99
5.4	收敛性分析.....	99
5.4.1	RIC 区域的表征 .....	101
5.4.2	误差收缩 .....	102
5.4.3	留一法扰动理论 .....	103
5.5	仿真实验与结果分析.....	104
5.6	结论.....	107
<b>第六章</b>	<b>基于无小区网络的分布式协作激活设备检测方案设计</b>	<b>109</b>
6.1	引言.....	109
6.2	系统模型.....	110
6.3	基于分布式协作的大规模随机接入.....	111

6.3.1	协作大规模检测框架 .....	111
6.3.2	分布式近似分离策略 .....	114
6.3.3	递归算法的推导 .....	116
6.4	性能分析.....	118
6.4.1	计算复杂度和通信代价分析 .....	118
6.4.2	收敛性分析 .....	120
6.5	仿真实验与结果分析.....	124
6.6	结论.....	128
<b>第七章</b>	<b>总结与展望</b> .....	<b>129</b>
7.1	研究总结.....	129
7.2	进一步研究方向.....	130
<b>参考文献</b>	.....	<b>133</b>
<b>附录 A</b>	<b>第二章相关证明</b> .....	<b>145</b>
A.1	定理2.1的证明.....	145
A.2	定理2.2的证明.....	146
A.3	定理2.3的证明.....	146
<b>附录 B</b>	<b>第三章相关证明</b> .....	<b>149</b>
B.1	命题3.1的证明.....	149
B.2	引理3.1的证明.....	149
B.3	式(3.36)、(3.40)和(3.41)的证明.....	150
<b>附录 C</b>	<b>第五章相关证明</b> .....	<b>153</b>
C.1	定理5.1的证明.....	153
C.2	注5.1的证明.....	155
C.3	引理5.1的证明.....	155
C.4	引理5.3的证明.....	157
<b>附录 D</b>	<b>第六章相关证明</b> .....	<b>159</b>
D.1	引理6.1的证明.....	159
D.2	定理6.2的证明.....	160
<b>攻读博士学位期间主要研究成果及参与的科研项目</b>	.....	<b>161</b>

# 第一章 绪论

## 1.1 大规模随机接入概述

### 1.1.1 研究背景

由于工业、农业、交通和医疗等垂直行业的强劲驱动，物联网在过去二十多年里得到了迅猛的发展，逐渐从局域走向广域、从室内走向室外、从城市热点走向陆海空天。对于物联网的快速发展，其本质是无线接入技术的不断变革<sup>[1;2]</sup>。在发展早期，物联网主要采用基于无线局域网（Wireless Local Area Network, WLAN）的接入技术，包括Zigbee、Bluetooth和WiFi等<sup>[3-6]</sup>。Zigbee是在IEEE无线网络标准802.15.4规范中建立的，它工作在2.4 GHz频段，通讯距离约10m，可支持的最大速率为250 kbps。物联网设备可以通过Zigbee应用于家庭自动化或智能家居<sup>[3]</sup>。Bluetooth也是一种开放的低功耗无线网络标准，它在2.4 GHz频段上运行，扩展通信范围在50m以内，但是其支持的速率较低。因此，Bluetooth多用于智能家居和工业物联网<sup>[4]</sup>。WiFi是在IEEE无线网络标准IEEE 802.11规范中建立的，它工作在2.4 GHz频段，支持中等范围和高吞吐量的无线接入。由于未授权频谱的严重干扰，WiFi设备的能耗很高，因此WiFi技术多应用于家居、校园和室内<sup>[5]</sup>。总体上看，基于WLAN的物联网有两大明显的缺点，即覆盖范围小和设备功耗高。一旦物联网设备离开覆盖区域，系统就无法提供可靠的无线接入服务。而且，过高的设备功耗导致物联网设备寿命过短，增加了运营成本。相比于WLAN技术，远距离无线电（Long Range radio, LoRa）技术扩大了网络覆盖范围并降低了设备功耗。但是，LoRa需要重新布网，具有较大的成本。与之相反，蜂窝物联网是一种性价比较高的低功耗广域网（Low Power Wide Area Network, LPWAN）接入技术<sup>[6]</sup>。众所周知，蜂窝网络是世界上最大的无线网络，其已经覆盖了世界90%的人口，并且支持远距离、高吞吐量、低延迟和高可靠的无线通信<sup>[7]</sup>。表1.1从物联网应用所关注的多个角度比较了几种物联网接入技术<sup>[10]</sup>。可以看出，蜂窝物联网在所有关键性能指标上都具有优势。尤其近年来蜂窝网络采用了各种先进的无线传输接入技术，例如大规模多输入多输出（Multiple-Input Multiple-Output, MIMO）、毫米波和太赫兹技术<sup>[8;9]</sup>，蜂窝物联网可以为各种场景的物联网应用提供统一的解决方案。

表 1.1 无线接入技术对比

性能	Zigbee	Bluetooth	WiFi	LoRa	蜂窝物联网
吞吐量	中等	低	高	高	高
覆盖范围	小	小	中等	大	大
安全性	中等	低	中等	中等	高
功耗	低	低	高	低	低
可移动性	不支持	不支持	不支持	支持	支持
成本	低	低	低	高	低

迄今为止，蜂窝物联网的无线设备大多是通过授权接入的方式连接到接入点（Access Point, AP）或基站（Base Station, BS），其需要无线设备和BS之间通过握手的方式来实现多路接入的功能。授权接入在第一代（1st Generation, 1G）到第四代（4th Generation, 4G）蜂窝移动通信网络中具有明显的优势。这是因为1G到4G网络的业务流量主要由人类活动而引起的，即人类通信（Human-Type Communication, HTC），授权接入具有实现简单的优点。但是，从第五代移动通信（5th Generation, 5G）开始，无线系统开始以设备/机器为中心，业务流量主要由众多设备产生<sup>[1:11]</sup>。因而，国际电信联盟（International Telecommunication Union, ITU）在2015年将大规模机器通信（massive Machine-Type Communications, mMTC）场景定义为5G三大核心应用场景之一。mMTC是典型的事件驱动的无线通信，具有极强的偶发性。为了节省物联网设备的能量，需要采用随机接入技术。在这种情况下，3GPP在Release 13中专门为mMTC引入了窄带物联网（Narrow-Band IoT, NB-IoT）技术<sup>[12]</sup>，并于2016年完成了相关协议的标准化。NB-IoT具有广覆盖、低功耗、低成本<sup>[13]</sup>的特点，目前已进入规模化商用。与长期演进技术（Long Term Evolution, LTE）<sup>[14]</sup>相同，5G NB-IoT仍然采用了基于授权的随机接入协议。因此，5G NB-IoT所能容纳的无线设备十分有限，只能支持每个小区5万个设备的接入<sup>[15]</sup>。

随着物联网的广泛应用，物联网设备的数量呈现了爆发式增长。据预计到2030年，物联网设备将达到千亿数量级。因此，当前的5G已经不能完全匹配快速上升的设备数目要求。为了迎接即将到来的挑战，工业界和学术界已经开始了第六代（6th Generation, 6G）移动通信网络的研究。6G要求实现比5G更高的吞吐量、更高的能效、更广泛的连接、以及更高的可靠性和更低的延迟。因此，6G网络将是一个以持续演进的大规模机器通信（Continuous evolution of mMTC, mMTC+）为主的无线网络<sup>[16]</sup>。如图1.1所示，6G网络支持大量不同类型的mMTC+场景。例如，6G网络可以将建筑作为智能实体进行管控，使信息



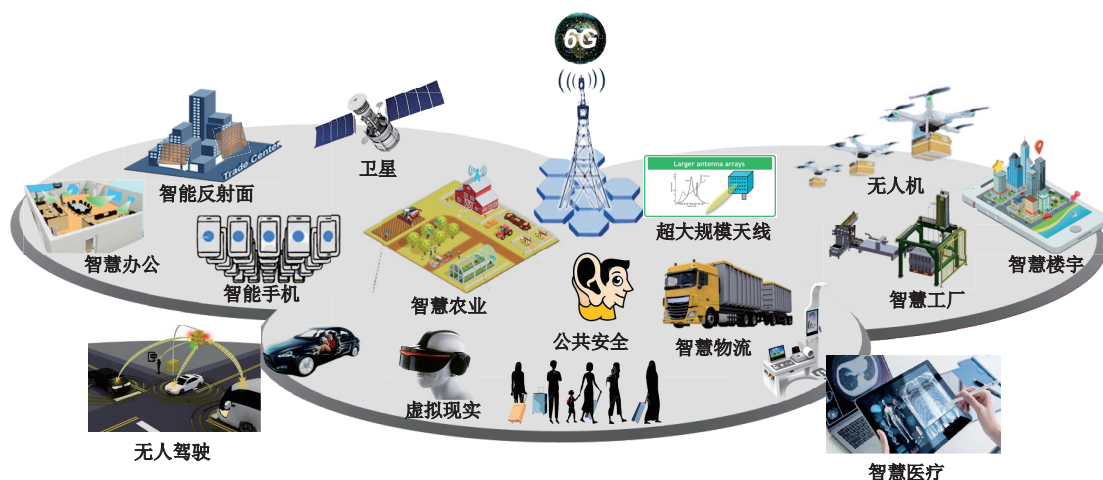


图 1.1 6G大规模随机接入应用场景示意图

在电子产品、智能材料、控制系统和用户之间无缝流动。作为一个复杂的生态系统，一栋建筑里可能有许多不同的子系统，如摄像头、电梯控制、空调和电力等；智慧医疗可以摆脱地理位置的限制，使医疗服务普及化、定制化。随着移动通信系统的发展，各种新用例不断涌现，包括个人健康的动态监测、远程诊断和病理推断、全息医疗和康复训练、远程手术等。因此远程诊断、远程手术等用例将显著缓解社会老龄化压力，特别是在医疗资源匮乏的区域；无人机使能智能服务可以利用各种尺寸和重量的无人机服务千行百业，采矿和勘探行业可以用它实现无人巡检，媒体和娱乐行业可以用它进行航拍，无人机也可以充当移动基站，按需提供大容量覆盖和提供高精度定位服务，而大型无人机将在物流行业大展拳脚；广域物联服务可以从海洋浮标收集信息，报告海上运输期间的集装箱状态，或从森林或沙漠中的传感器中收集数据，及时预测预防自然灾害。上述6G mMTC+ 场景的共同特点是海量终端通过轻度连接来承载零散业务，即设备激活通常是偶发性的。如图1.2所示，在每个时隙内，仅有少部分的设备处于激活状态，需要与基站通信。其他设备为了节省能量而暂时处于休眠状态，它们只有在受到外部事件触发时才会被激活。mMTC+ 对物联网的根本挑战是基站需要以高效和及时的方式动态识别激活的设备，并且完成数据传输。

面对mMTC+场景，传统的基于授权的随机接入技术存在两方面的突出问题<sup>[17]</sup>。首先，大规模接入将导致基于授权的随机接入具有较大的接入失败概率，造成极大的接入时延。其次，基于授权的大规模随机接入具有较大的信令开销，降低无线资源的利用效率。在这种情况下，需要面向6G蜂窝物联网的特点，设计低时延高可靠的大规模随机接入技术。为了解决大规模随机接入面临的一系列问题，学术界提出了免授权的随机接入（Grant-Free Random Access, GFRA）技术<sup>[18-20]</sup>。免授权随机接入的核心思想是激活设备

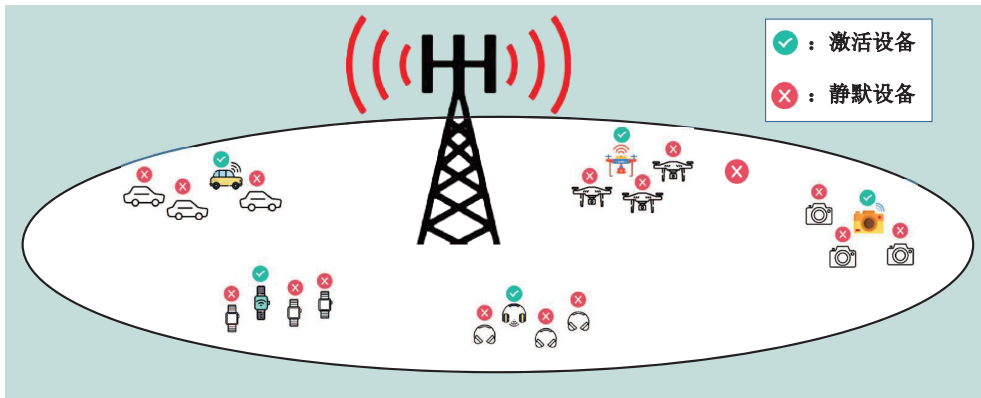


图 1.2 设备偶发性接入示意图

(有数据要发送的设备) 在发送前导序列后, 无需等待基站的授权, 便直接发送数据信号, 从而可以显著降低大规模接入情况下的接入时延和信令开销。因此, 大规模免授权随机接入被广泛认为是6G无线网络的潜在技术之一<sup>[19]</sup>。由于物联网业务的偶发特性, 基站并不知道哪些设备发送了数据。因而, 大规模免授权随机接入的关键是要基于接收到的前导序列检测出激活的设备, 同时估计出相应的信道状态信息以用于后续的数据信号译码, 即联合激活设备检测和信道估计<sup>[21-25]</sup>。

### 1.1.2 大规模随机接入系统的特性

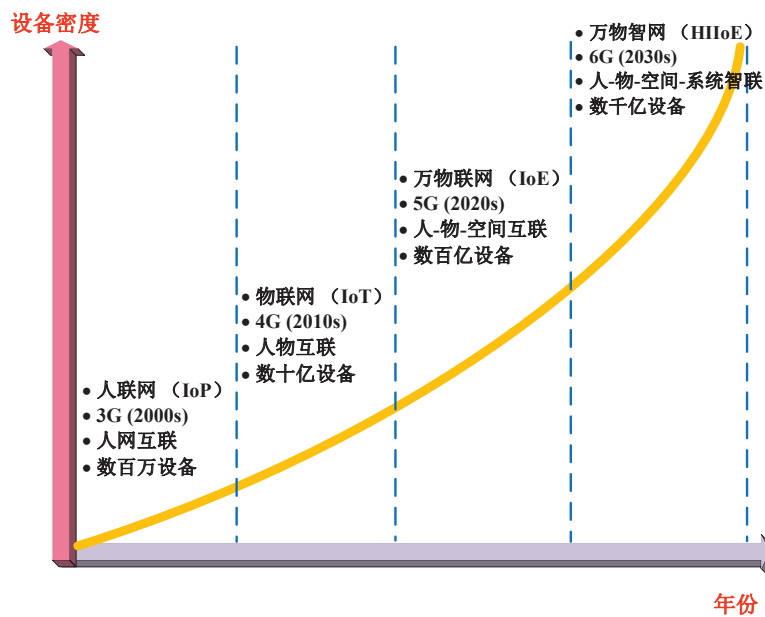


图 1.3 设备数目演进示意图

与传统的人类通信（HTC）不同，持续演进的大规模机器通信（mMTC+）有其固有的特性，这直接影响大规模免授权随机接入技术的设计。具体而言，面向mMTC+的大规模随机接入系统具有如下四方面的特性。

**第一，大规模随机接入系统通常采用短数据包传输。**在HTC中，人与人之间主要传输的是语音、视频、图片等大尺寸数据包。但是在mMTC+中，设备通常为传感器、控制器、警报器等机器，因此其传输的主要是传感信息、动作信息、控制指令信息等小尺寸数据包。典型物联网应用的数据包可能小到几个字节。同时，每个设备的数据速率在10 kb/s左右。国际电信联盟在报告中指出大规模随机接入系统的数据包尺寸基本不超过1 kbyte；欧洲电信标准协会指出天然气、水和电的抄表数据为10-200 bytes；智能电网中变压器状态数据大小约为10-20 bytes；智慧城市中空气质量监测的数据大小约为1-15 bytes；车联网中车辆远程故障报修数据大小约为100-750 bytes<sup>[26]</sup>。

**第二，大规模随机接入系统的业务通常具有偶发性。**在HTC中，人与人之间语音、视频等业务的传输具有连续性，以保证声音的流畅和观看画面的清晰度。但是在mMTC+中，控制信息和传感信息通常是偶发性产生的。例如在智能水表的使用和温度、湿度等测量数据业务中物联网设备生成的数据往往是周期性的，或者由事件驱动而定期发生的。欧洲电信标准化协会指出可穿戴设备业务每日发送约10个数据包；水电抄表业务每日发送约8个数据包；工业物联网中安全监控业务每日发送约2个数据包，设备控制业务每日发送约100个数据包；智慧农业中的监测业务每日发送约4个数据包<sup>[27]</sup>。虽然网络中潜在的设备数目庞大，由于流量的偶发性传输，在同一时刻，激活的设备数目远远小于潜在设备总数目。

**第三，大规模随机接入系统通常具有海量的设备连接数。**在6G应用中，将会出现许多新的设备形式。首先，智能手机可能会被轻量级的扩展设备所取代（例如谷歌眼镜），以提供前所未有的分辨率和动态范围<sup>[28]</sup>。其次，可穿戴显示器、移动机器人、无人机、用于高分辨率成像和传感的专用处理器，使全息体验成为现实。而且，6G实现全自动驾驶后，将有更多车辆连接到网络中以实现可持续运输和智能物流。因此，海量的连接数是大规模随机接入最主要的特性。具体来说，物联网设备的数量将年均增长12%，即从2017年的270亿增长到2030年的1250亿，如图1.3所示。基于此，未来大规模随机接入需要支持的连接密度约为每平方公里10-100万个，而AP/BS的覆盖密度通常为每平方公里0.1个<sup>[29;30]</sup>。也就是说，6G无线网络的单个基站需要承载10平方公里内100-1000万个接入设备。

**第四，大规模随机接入系统的设备通常是低功耗的。**大规模随机接入系统中的机器设备通常为小型化、低成本和高度集成的传感器和控制器等设备。由于设备数目庞大，采用

电网为其充电是不切实际的。另外，频繁为设备充电需要耗费大量人力物力。为了方便管理和提高运营效率，mMTC+中的设备常常配备电池或者太阳能充电电池并要求设备处于低功耗运作模式，以保证超长的供电寿命。ITU要求设备的电池寿命至少应达到15年<sup>[30]</sup>。为了实现低功耗运作，首先要保证设备的发射功率较低。其次，要减少静默设备的协议开销，即采用免授权的接入形式，激活设备直接传输数据，无需事先联网等待授权。

### 1.1.3 大规模随机接入系统的需求

随着物联网在社会经济各领域的广泛应用，大规模随机接入的应用场景变得极其多样化，如密集分布的工业场景、广域移动的车联场景和时间敏感的监控场景等<sup>[31]</sup>。这些机器通信场景对大规模随机接入的时延、功耗、速率和覆盖等性能指标都提出了很高的需求，如图1.4所示。下面对这些性能需求做一个简要的阐述。

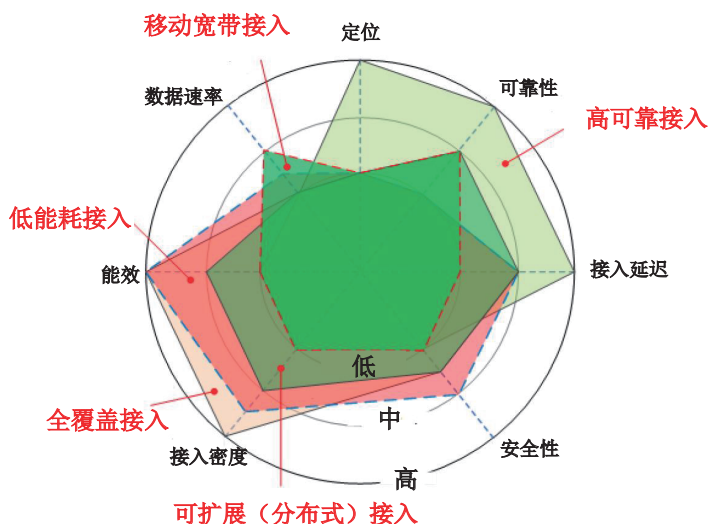


图 1.4 6G 大规模随机接入需求示意图

- **全覆盖接入**：随着科学技术的进步，人类活动进一步扩展到了极端环境，例如高海拔、外太空、海底深处等等。物联网设备将在更广泛且与人类社会活动密不可分的区域内分布。结果，一个无处不在的（覆盖地球、海洋、天空、和空间）、跨越频段的（毫米波和太赫兹）、万物互联的、无所不知（配备各种传感器）和无所不能（基于大数据和深度学习）的大规模随机接入网络需要建立起来。因此大规模随机接入的最终目标应该是提供无处不在的全球范围内的无缝接入。
- **可扩展接入**：即允许各设备或者基站通过去中心化而进行本地化信息交换。到2030年，由于接入设备越来越多，需要频繁在物联网设备之间或者基站之间传输有价值

的数据。例如，在路上相遇的两辆车可以直接与对方交换关于前方路况的数据；而服务相同设备的两个基站，想要与对方交换其所具有的设备状态信息。这些分布式接入服务需要通过低时延高可靠通信（Ultra-Reliable Low Latency Communication, URLLC）和mMTC+的协同组合进行连接，以保证低延迟、高可靠和可扩展的连接。另外，在6G中，各种设备的功能，例如通信、缓存、计算、传感、定位等等都是集成的，网络往往更加复杂和异质。为了方便管理庞大的网络，分布式可扩展的接入方式是急需的。

- **高可靠接入**：即极高可靠和超低时延的随机接入。许多带有远程控制的应用程序，例如自动驾驶、自动工厂、远程手术、触觉互联网等功能都需要超高可靠性的接入，以确保安全。例如，在机器间的通信延迟要求在20 us 到10 ms 之间，远程手术的接入延迟则要求在亚毫秒级，而系统通信可靠性需要达到 $10^{-6}$ 。
- **移动宽带接入**：它指移动场景下的宽带接入，例如，云游戏和机器人辅助手术；无人设备与地面基站的通信接入也具有高度随机性和移动性。因此，移动宽带免授权随机接入是实现高效大规模随机接入的重要环节。
- **低能耗接入**：低能耗要求大规模随机接入以极低能耗提供稳定的接入性能。物联网设备大都是结构简单、功能单一的节点，其电池容量十分有限。由于这些物联网设备分布在极广的范围内，为这些设备更换电池是非常困难的任务。因此，大规模随机接入需要满足低功耗的需求，使得一颗电池可以使用十五年以上。

## 1.2 大规模随机接入技术的研究现状

随着物联网设备数量的爆发式增长，无线网络需要支持大规模设备的接入。由于物联网业务的偶发特性，在任一时隙只有部分设备有数据要发送。为了节省物联网设备的能量，只有有数据发送的设备才激活并接入无线网络。因此，必须采用有效的随机接入协议控制激活设备接入网络并为后续的数据传输分配时频资源。目前，对于大规模随机接入，主要有基于授权和免授权随机接入两种技术。

### 1.2.1 基于授权的随机接入

随机接入的过程发生在初始接入请求阶段、链路故障之后、获取上行链路同步时、以及在切换到另一个节点时。在基于授权的随机接入中，设备需要与其他设备或基站进行协

作从而获得授权以进行接入。基于授权的随机接入方案进一步分为无竞争随机接入和竞争式随机接入。若采用无竞争随机接入，则设备需按照基站的指示，在指定的随机接入资源上使用指定的前导序列发起接入请求；而在竞争式随机接入中，设备可随机选择前导序列<sup>[32]</sup>。其中，竞争式随机接入是最常用的基于授权的随机接入技术。文献<sup>[33-35]</sup>研究了传统的基于授权的竞争式随机接入方案。在基于授权的方案中，每个活跃的设备从共享前导序列池中随机选择一个前导序列，并使用选定的前导序列通知基站它有数据要传输。此时，基站需要解决冲突问题并基于冲突解决的结果向选定的设备授权资源。基于授权的随机接入的流程如图1.5所示，共分为四步<sup>[36;37]</sup>：

- 在第一阶段，每个设备随机选择一个前导序列并在下一个随机接入时隙上使用物理随机接入信道发送。
- 在第二阶段，基站在物理随机接入信道中检测前导序列，若检测到序列，则在随机接入响应窗口内通过物理下行共享信道反馈随机接入响应消息，消息中包含检测出的前导序列标识、用于同步的上行定时提前量、退避参数、资源调度信息等。
- 在第三阶段，设备如果在随机接入响应窗口内接收到基站回复的随机接入响应消息，则使用消息中指示的物理上行共享信道资源发送连接请求，该消息中包含设备的身份标识；如果没有接收到随机接入响应消息，设备在一段时间后重新尝试接入。
- 第四个阶段，基站向设备发送碰撞解决消息，设备如果接收到和自己身份对应的消息，则表示连接建立已完成，可以开始传输数据；如果没有接收到相应的消息，则说明和其他设备发生碰撞，需要重新发起接入请求。

基于授权的随机接入的主要优点是基站处操作简单，不需要复杂的接入算法。然而，基于授权的随机接入有以下缺点。首先，由于相干时间短，正交前导序列的数量是有限的。如果网络中存在海量设备，那么一个序列被多个设备重复选择的概率非常高。换言之，由于碰撞的发生而导致的接入失败率过高。因此，平均设备接入延迟也会非常高。其次，基于授权的随机接入协议需要四次握手，信令开销相当大。

为解决以上问题，文献<sup>[38]</sup>利用网络中广播的确认信号信息提出了一种邻近感知的多址接入协议来提高系统吞吐量。在文献<sup>[39]</sup>中，作者利用信道的非平稳特性，提出了一种适用于超大规模MIMO的自适应设备冲突解决协议，此协议可以减少接入失败的比例，进而支持更多的激活设备接入网络。文献<sup>[40]</sup>提议将一个蜂窝网络分成几个面积相等的区域。然后，每个区域中较弱的设备的决策由最强设备冲突解决方案来决定，并允许较弱的设备重新选择前导序列发送到基站。此方案可以减轻大规模MIMO系统中的前导序列冲突问

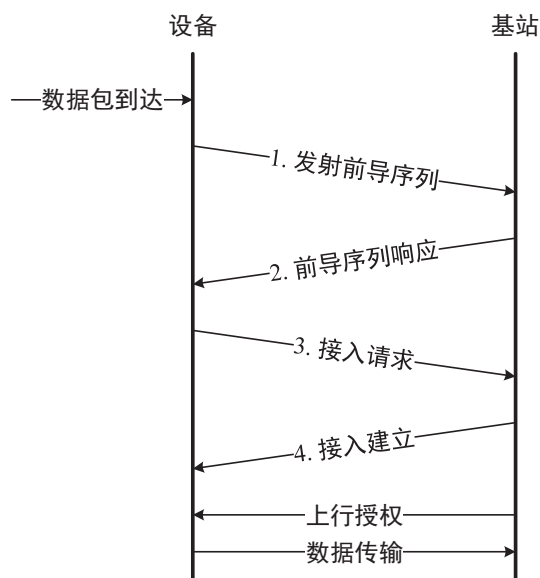


图 1.5 基于授权的随机接入示意图

题。此外，当网络拥挤时，拥塞控制方案可以减少竞争前导序列的设备数，从而减小碰撞概率和提高成功接入率。退避机制和设置接入等级限制参数是两种常用的拥塞控制方法。具体而言，退避机制是指基站为所有设备设置退避参数，包括接入次数和退避时间。如果设备接入失败，则该设备在规定的退避时间集合中随机地选择一个退避时间，并在距离退避时间最近的一个随机接入时隙实施随机接入，直至达到最大接入次数为止。文献<sup>[41]</sup>分析了退避机制的性能并优化了相应系统参数。文献<sup>[42]</sup>分析了退避机制的吞吐量，并验证了该机制能够有效地减轻网络拥塞。设置接入等级限制参数（包括阻拦概率和接入阻拦时间）是指基站在系统消息中广播接入阻拦时间和接入阻拦概率，设备在发起随机接入之前，先在0到1之间产生一个服从均匀分布的随机数。如果产生的随机数小于基站广播的接入阻拦概率，则允许该设备向基站发送前导序列，否则该设备在接入阻拦时间后的时隙再次接入系统<sup>[43;44]</sup>。尽管采用了拥塞控制，但在大规模接入场景中，碰撞概率仍然很高，因此，接入成功前的接入尝试次数也会相当高。过高的接入尝试次数不仅增加了接入延迟，而且还增加了信号传输的能量消耗。这意味着仅仅应用接入限制方案是远远不够的。在这种情况下，传统的基于授权的随机接入方案很难满足6G大规模随机接入系统的要求。

### 1.2.2 免授权的随机接入

为了克服基于授权的随机接入存在的问题，文献<sup>[45]</sup>提出了免授权随机接入协议，如图1.6所示。在大规模免授权随机接入中，不需要基站动态地执行确切的调度授权，而是

表 1.2 基于授权和免授权随机接入的优缺点比较

接入形式	基于授权的接入	免授权的接入
优点	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 兼容LTE/LTE-A网络</li> <li>● 简单且可分布式运行</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 信令开销小</li> <li>● 适用于短包传输</li> </ul>
限制和挑战	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 大量访问的拥塞</li> <li>● 高冲突和高信令开销</li> <li>● 高资源和能源消耗</li> <li>● 有限的上行链路资源划分</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 缺乏协调导致冲突增加</li> <li>● 盲数据检测</li> <li>● 激活设备的识别</li> <li>● 信道估计</li> <li>● 上行链路的同步</li> </ul>
解决方案	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 调节流量以匹配资源</li> <li>● 根据负载情况适配接入资源</li> <li>● 优化随机接入过程以支持长/短前导码</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 用NOMA或大规模MIMO解决碰撞</li> <li>● 稀疏信号处理用于检测激活的设备</li> <li>● 机器学习用于检测激活设备和数据</li> <li>● 将下行链路同步用于上行链路</li> </ul>
常见的假设	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 可忽略的捕获效应</li> <li>● 碰撞检测</li> <li>● 快速数据传输</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 少部分设备激活</li> <li>● 理想的物理信道模型</li> </ul>

进行“即到即发”的传输方式，即一旦数据到达某设备端，则该设备在下一帧或时隙中立即发送该数据。具体来说，激活的设备同时向基站发射各自独有的前导序列，基站通过激活设备检测和信道估计算法，得知哪些设备处于激活状态并获得其相应的信道状态信息。然后在每个时隙的剩余长度内，基站和激活的设备之间进行数据交互<sup>[46:47]</sup>。对于大规模随机接入系统，由于大量设备的接入和传输的短包特性，免授权随机接入的前导序列是非正交的，这导致接收到的信号受到严重的同信道干扰。因此，基站必须采用复杂的激活设备检测算法。换言之，免授权随机接入以牺牲计算复杂度来大大减少接入延迟和信令开销。表1.2比较了基于授权的随机接入和免授权随机接入的优缺点。

为实现有效的大规模接入，基站需要知道准确的信道状态信息（Channel State Information, CSI）用于解码上行信号并为下行信号执行预编码。一般而言，CSI是在基站端通过基于设备发送来的前导序列进行信道估计而获得的。因为用于激活设备检测的前导序列也可以用来作为信道估计的导频序列，所以激活设备检测和信道估计可以基于相同的前导序列同时进行。因此，大规模免授权随机接入的核心问题是基于接收到的前导序列进行联合激活设备检测和信道估计。



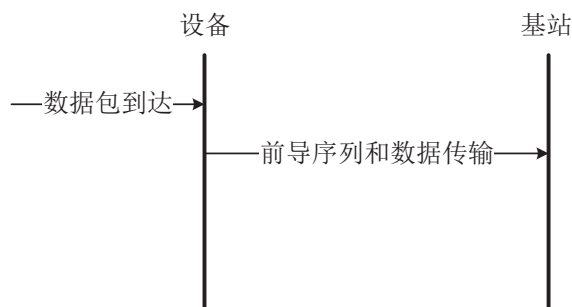


图 1.6 免授权的随机接入示意图

由于前导序列的非正交性，大规模免授权随机接入具有极大的复杂性。目前，学术界针对这一挑战性问题开展了大量的工作。总体而言，大规模免授权随机接入可以分为以下几类。

**第一，基于压缩感知的随机接入算法。**在mMTC+大规模随机接入系统中，潜在设备数量非常庞大，多达数千、数万甚至数百万，而每个设备变为活跃状态的概率通常小于10%。因此，免授权随机接入的激活设备检测是一个典型的稀疏信号恢复问题，可以用压缩感知（Compressed Sensing, CS）的方法来解决，如图1.7所示。虽然CS方法有一些优点，但在激活的设备数目庞大时，CS方法将面临一些问题<sup>[48]</sup>。这是因为基于CS的方法的恢复性能受等距性（Restricted Isometric Property, RIP）的限制<sup>[49]</sup>。RIP要求激活设备的数量（稀疏性）应该显著低于资源的数量（载波数、天线数、时隙等）<sup>[50-54]</sup>，由此导致了资源利用效率低。此外，在大规模随机接入系统中，激活设备的数量是高度动态的，使得系统经常实时超载，以至于违反RIP条件。明确地说，传统CS的方法不适合在这种情况下运行，需要进一步考虑各种稀疏结构，设计更先进的基于CS的联合激活设备检测和信道估计算法。

在文献<sup>[55]</sup>中，作者提出了基于最大后验概率的贪婪算法来增强CS方法的检测性能，这个算法利用设备彼此的后验概率来执行联合设备激活和数据检测。众所周知，前导序列矩阵对设备检测和信道估计精度有很大影响，而Reed-Muller序列可以用作前导序列。因此，文献<sup>[56]</sup>通过探索信号稀疏性，提出了基于Reed-Muller序列的联合激活设备检测和信道估计算法，此算法提高了检测可靠性和信道估计精确度。文献<sup>[57]</sup>引入 $l_{2,1}$ 正则化惩罚函数来探索包含设备激活状态和信道信息的设备状态矩阵的内在稀疏性，并将交替方向乘法应用到由此产生的大规模凸问题中。另外，贝叶斯算法也是解决联合激活设备检测和信道估计（Joint Activity Detection and Channel Estimation, JADCE）问题的一种有效手段<sup>[58;59]</sup>。例如在文献<sup>[60]</sup>中，作者利用无线信道的统计分布信息，设计了适用于MIMO的

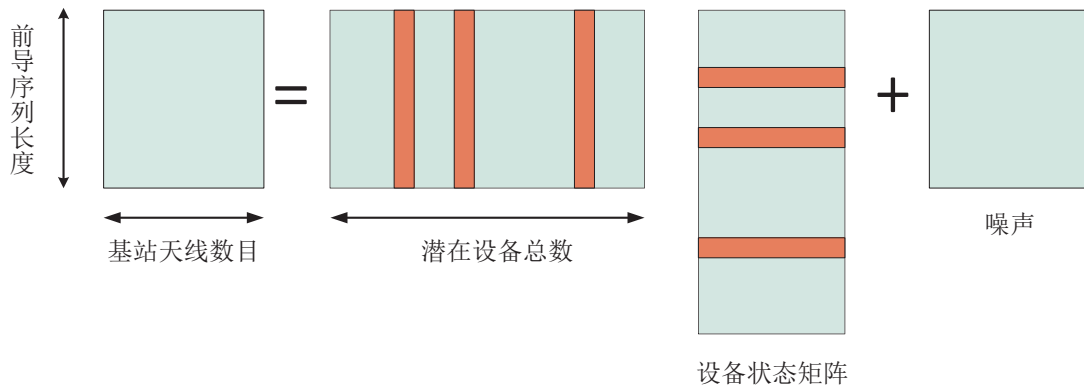


图 1.7 基于压缩感知的随机接入示意图

联合激活设备检测和信道估计算法。之后，文献<sup>[61]</sup>提出了基于期望传播的JADCE算法，该算法将难以计算的信道概率分布近似为一种简单易处理的分布，从而增强了设备检测和信道估计精度。上述JADCE算法的一个共同问题是在前导序列长度受限的实际场景中，它们的性能严重退化。为了解决这个问题，文献<sup>[62]</sup>提出了一种免授权随机接入的传输控制协议。具体来说，基于预定的传输控制方案，每个激活设备决定在当前时隙是发送数据包还是推迟发送，然后，基站采用经过修正的近似消息传递（Approximate Message Passing, AMP）算法来进一步提高JADCE性能。但是这种传输机制是以牺牲同一时隙激活设备的数量来获得检测和估计准确度的增益。为了解决这个问题，文献<sup>[63]</sup>设计了背负式检测方案，即给每个设备分配多个前导序列，然后使用基于CS的激活设备检测方案，不仅可以识别激活的设备，还可以识别每个设备的码字。但是，为了发送 $B$ 比特消息，每个设备均需要配备一个 $2^B$ 大小的前导序列码本，这需要异常庞大的存储空间。

注意到，尽管以上基于CS的大规模免授权随机接入技术可以降低mMTC+中的信令开销，但是这些算法的高计算复杂度仍然是一个亟待解决的问题。一般而言，大规模免授权随机接入算法的复杂度与总的潜在设备数目成正比。在大规模随机接入中，海量设备导致基于CS算法的计算复杂度令人望而却步。因此，急需设计低复杂度的免授权随机接入算法用于大规模随机接入系统。

**第二，基于统计信息的随机接入算法。**以上讨论的算法都是基于瞬时接收信号而设计的，如果BS配备大规模天线，那么基于接收信号的协方差矩阵而设计的免授权随机接入有重要研究价值<sup>[64]</sup>。文献<sup>[65;66]</sup>首先提出了基于协方差的检测策略，并验证了其用于偶发性设备检测比AMP等基于CS的算法有更好的性能。具体来说，文献<sup>[65]</sup>将激活设备检测问题建模为最大似然估计问题，此问题的解仅取决于接收信号的协方差矩阵。这种基于协方差的方法与基于AMP的压缩感知方法相比，可以更有效地利用基站多天线特性，尤其是

当前导序列比较短时，多天线所带来的增益更加明显。但是文献<sup>[65]</sup>并没有给出基于协方差策略的性能保障。为解决这个问题，文献<sup>[67:68]</sup>严格分析了基于协方差激活设备检测方案的虚警概率和漏检概率，并且通过将估计误差的分布与费雪信息矩阵建立联系，探究了最大似然估计在大规模MIMO配置下的渐进特性。接下来，文献<sup>[69]</sup>考虑了具有空间相关性的衰落信道并研究了信道的二阶统计特性，进而提出基于交替乘子法的激活设备检测算法。注意文献<sup>[64-69]</sup>只对设备激活状态感兴趣而不需要知道信道状态信息。事实上，这种基于协方差的方法也可用于联合设备激活和数据检测，即每个设备不是被分配一个前导序列，而是被分配唯一的序列集。那么，基站通过检测传输的序列，便可以进一步确定其所对应的传输数据。

一般而言，激活设备的数量和前导序列长度的二次方成正比，这严重限制了系统中能够容纳的激活设备的数目。而在基于协方差的接入方法中，基站配备了超大规模天线，这可以保证获取的协方差信息的准确性，从而支持更多的激活设备接入。然而，过大的天线阵列导致算法的数组维度和硬件成本过高，集中处理海量阵列信号可能变得不切实际。取而代之，分布式MIMO可能是未来支持大规模随机接入的可行候选者。具体来说，在集中式场景中，一个BS被海量设备包围，而分布式场景下的天线是分布在一个广阔的地理区域里，使每个设备周围有几根天线。多项研究工作已经证明了分布式MIMO相对于传统的集中式MIMO的性能优势<sup>[70-72]</sup>。尽管如此，对于新兴的mMTC+应用，目前只做了少许的研究以探索分布式MIMO在大规模接入方面的潜力<sup>[73-75]</sup>。例如，文献<sup>[74]</sup>和文献<sup>[75]</sup>初步分析了大规模免授权随机接入在分布式MIMO中的性能表现。

**第三，基于机器学习的随机接入算法。**最近，机器学习算法吸引了很多学者的注意，以解决无线通信中的各种问题，包括链路自适应<sup>[76-78]</sup>、流量控制<sup>[79:80]</sup>和资源分配<sup>[81:82]</sup>。事实上，机器学习具有更加广泛的适用性。为了应对mMTC+应用中海量设备接入的挑战，机器学习方法最近被引入到了大规模随机接入中<sup>[51:83-86]</sup>。例如，文献<sup>[51]</sup>的作者通过将问题表述为一个块稀疏信号恢复问题，研究了联合激活设备检测和信道估计问题，其中稀疏贝叶斯学习算法被引入以解决块稀疏信号恢复问题。在文献<sup>[84]</sup>中，基站假设事先知道激活设备的数量，然后异步稀疏贝叶斯学习算法被用来估计信道信息，同时支持向量机方法被用来检测激活的设备。为了加快稀疏贝叶斯学习算法的收敛速度，文献<sup>[85]</sup>提出了消息传递辅助的块稀疏贝叶斯学习方案。文献<sup>[86]</sup>考虑了有限字母表扩频序列优化和多设备检测问题，并运用深度学习原理来设计问题中的编码器和解码器。在文献<sup>[87]</sup>中，作者提出了一种在线分层随机学习算法以解决随机接入中的接入决策问题。文献<sup>[88]</sup>基于Q-学习算法提出了一种自适应的大规模接入方案。此外，在文献<sup>[83]</sup>中，深度学习首先用于预测设备的激活状态，然后作者利用CS来检测数据并进一步增强设备状态识别的性能。

这些研究工作表明机器学习技术可以被用作高效的参数学习或者资源调度来解决大规模接入问题。尽管如此，这些算法也存在一些需要解决的问题。例如，机器学习算法的计算负载与学习到的模型的准确性需要谨慎衡量，因为过高的精度要求，会导致计算负载要求越高，也会导致能耗越高。此外，这些基于学习的接入方法是数据驱动的，而数据驱动的深度学习算法的收敛不稳定，易受环境影响。因此它往往需要耗费大量时间来收敛到稳定状态，从而导致了接入延迟过大的问题。

### 1.2.3 大规模免授权随机接入面临的挑战

虽然以上基于压缩感知、统计信息和机器学习的接入算法为大规模免授权随机接入提供了一些特定的解决方案，但是6G场景下的网络状态呈现出高度密集和多元化的特点，这对免授权随机接入方案的设计提出了更多新的挑战。

- **前导序列资源短缺：**在大规模随机接入系统中，尽管由于偶发特性一段时间内仅有少量设备激活并进行数据传输，但设备的激活行为是随机的，即大规模潜在设备中的任何一个设备都有可能激活。因此大规模随机接入系统需要给所有潜在设备分配相应的前导序列使其可以随时激活并接入。然而在大规模接入场景下，由于海量设备的存在，为每个设备分配一个专用前导序列会导致序列长度过长，从而降低设备的传输效率。另外，受信道相干时间的限制，前导序列也不能设计的过长。稀缺的前导序列资源致使现有的随机接入技术无法有效地支持海量的机器设备接入。因此，针对该挑战的科学问题就是如何设计新型接入协议以及算法，减少前导序列开销。
- **计算复杂度高：**大规模免授权随机接入的检测准确率和基站天线数目成正比，但是算法的计算复杂度却随基站天线数目和接入设备数目的增长而急剧增加。另外，由于大规模基站天线阵列的部署和大规模物联网设备的接入，基站处接收到的信号在空间域和频域中都是超高维的。这导致联合激活设备检测和信道估计的计算复杂度是实际系统难以承受的，为降低通信成本带来了困难。较高的计算复杂度导致设备接入处理时间过长，从而导致接入延迟过高。因此，针对该挑战的科学问题是如何根据6G蜂窝物联网的特点设计低复杂度的联合激活设备检测和信道估计算法。
- **缺乏性能均衡：**现有面向大规模随机接入算法的研究大多关注如何提升系统的检测精度和连接密度，而鲜有研究关注多种系统性能需求的兼顾与权衡问题。如图1.4所示，随着物联网应用的种类日益繁多，6G网络要求综合考虑接入的可靠性、接入密度、接入延迟、数据速率、能效、接入安全性等因素，以满足不同垂直行业的需求。

但现有的大规模随机接入技术鲜有考虑如何同时覆盖几个因素的方案。比如，现有大规模随机接入技术依靠复杂算法以计算复杂度为代价实现高精度检测和大连接<sup>[89]</sup>；另有算法以牺牲设备接入数量而获得高可靠性<sup>[62]</sup>。针对该挑战的科学问题就是如何权衡几个需求因素，设计新型的随机接入技术以满足新的业务需求。

- **接入点和设备缺乏协作：** 尽管免授权随机接入在mMTC+系统中具有众多优势，但其对海量设备接入提出了相应的挑战。无小区大规模MIMO是一个有前途的解决方案，其中多个无线接入点执行相干信号处理共同为设备服务。然而目前接入点与接入点之间，以及接入点与设备之间缺乏协作，即接入点接收到数据包后，均独立分开处理，而忽略了数据的内在关联性，没有有效利用接入点和设备的合作提高性能。因此，针对该挑战的科学问题就是如何利用各个接入点接收数据的潜在关联性，增强接入点之间以及设备和接入点之间的协作以提高激活设备的检测性能。
- **高频段接入技术短缺：** 目前的免授权随机接入算法都是在低频段（Sub-6G）展开的。然而，为了支持6G中极高的数据速率要求，大规模随机接入将探索新的频段。在这种情况下，毫米波（30GHz-300GHz）和太赫兹频谱（0.1-10 THz）被广泛认为是满足这一要求的关键技术<sup>[90:91]</sup>。因而，基于毫米波和太赫兹的随机接入也成为必然趋势。毫米波/太赫兹信号很容易被雨雾吸收，从而快速衰减<sup>[92]</sup>。为了提供广阔的覆盖范围，毫米波/太赫兹通信必须在基站配置大规模天线阵列，这导致激活设备检测和信道估计算法通常具有难以承受的计算复杂度。因此，针对该挑战的科学问题就是如何在毫米波和太赫兹高频段下设计新型的随机接入技术解决计算复杂度高和检测精度受限的问题，以满足大规模机器设备的接入要求。

### 1.3 论文主要研究内容和结构安排

免授权随机接入可以降低信令开销、提高接入效率和能量效率，因此更加契合6G场景下海量设备的大规模连接需求。针对大规模免授权随机接入技术研究的不足，本文以“高可靠接入”、“可扩展接入”和“全覆盖接入”为主要研究目标，基于信号处理和机器学习等理论提出了一系列激活设备检测和信道估计算法。图1.8对文章的结构和研究内容进行了归纳。本文第一章为绪论，主要介绍了大规模随机接入的研究背景、系统特性、接入需求、研究现状以及面临的挑战。第七章总结了本文的研究内容与主要贡献，并对未来进一步的研究进行了展望。本文主体的第二、三、四、五、六章分别基于上述现有研究中的不足展开，同时分别对应本文五个研究创新点。论文的主要创新点归纳如下：

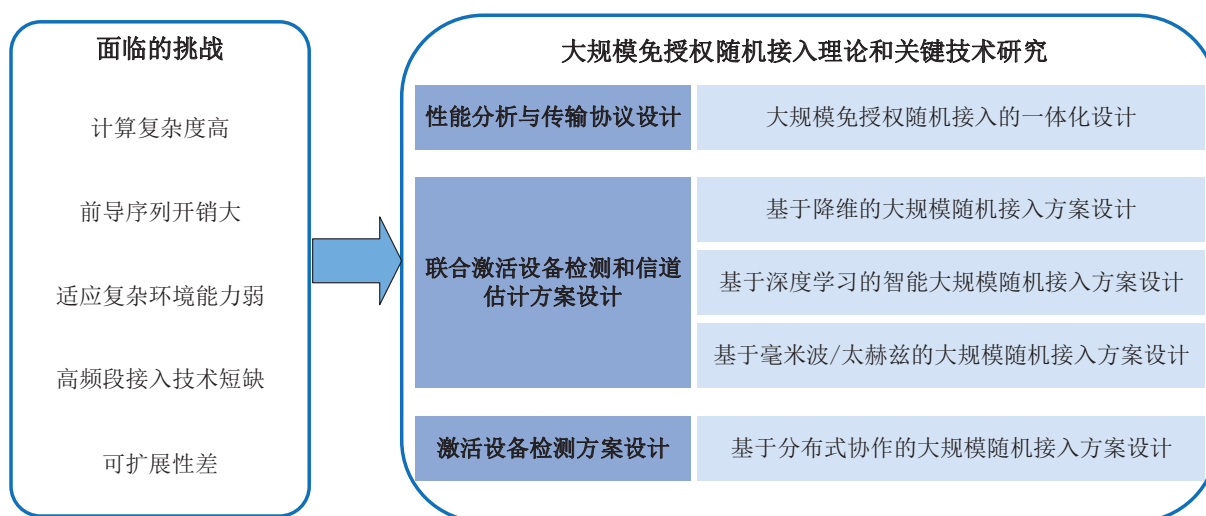


图 1.8 文章结构与研究内容

1. **大规模免授权随机接入的一体化设计。**为了揭示联合激活设备检测和信道估计的关键参数对系统性能的影响，本文系统地分析了大规模免授权随机接入系统的信道估计值和信道估计误差的分布信息。揭示了信道估计误差与前导序列长度、基站天线数目成反比，但是与激活设备数目成正比的结果。这对后续激活设备检测和信道估计算法的设计起到了指导作用。本文提出了三相传输协议，包括联合设备检测和信道估计、上行数据传输和下行数据传输三个阶段。并根据信道条件和系统参数推导出上行链路和下行链路数据传输可达速率的闭式表达式。基于速率表达式，设计了关于三相传输协议的时隙长度分配优化算法。通过与平均等长分配时隙长度等其他方案对比，呈现了所设计的优化算法带来的速率增益。

基于该工作的研究成果发表于2019年的IEEE Internet of Things Journal 期刊和2019年的IEEE International Conference on Communications 会议，安排在本文第二章。

2. **基于降维的联合激活设备检测和信道估计方案设计。**为了解决前导序列过长和计算复杂度过高的难题，本文创新性地提出了一种基于降维的联合激活设备检测和信道估计方案。基于奇异值分解，该算法首先利用设备状态矩阵的稀疏和低秩结构将接收信号投影到低维空间。然后，基于降维模型，本文为联合激活检测和信道估计设计了一个带有列满秩约束的优化框架。并率先设计了秩估计方案、对数平滑方法和基于黎曼优化的联合激活设备检测和信道估计算法。最后，通过仿真评估了秩估计准确度对激活设备检测和信道估计精度的影响，并将所提算法与现有激活设备检测算法相比较，展示了所提算法的显著性能增益。

基于该工作的研究成果发表于2019年的IEEE Transactions on Signal Processing 期刊和2019年的IEEE Global Communications Conference 会议，安排在本文第三章。

3. **基于深度学习的智能激活设备检测和信道估计方案设计。**为了实现智能接入，本文创新性的设计了基于模型驱动深度学习的联合激活设备检测和信道估计框架，其包含降维模块、深度学习网络模块、激活设备检测模块和信道估计模块。通过结合期望最大化和反向传播，本文在深度学习网络引入了自适应调整模块，可以自动调整加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)精度并学习设备状态矩阵的分布参数。此外，本文利用设备状态矩阵分布的先验特征，推导出一种新的降噪器。基于此，本文设计了一个包括内部网络和外部网络的特征辅助自适应调整深度学习网络。通过与基于AMP的深度学习方案对比，呈现了所设计的深度学习方案的精度增益。

基于该工作的研究成果发表于2021年的IEEE Journal on Selected Areas in Communications期刊和2020年的International Conference on Wireless Communications and Signal Processing 会议，安排在本文第四章。

4. **基于毫米波/太赫兹的宽带激活设备检测和信道估计方案设计。**为了探索高频段频谱资源，本文创新性的研究了基于毫米波/太赫兹频谱的宽带联合激活设备检测和信道估计问题。本文首次考虑高频段信道的延迟和角度扩展，探索了信道矩阵的联合稀疏性和低秩性，为毫米波/太赫兹宽带系统设计了新颖的大规模接入框架。基于此框架，本文率先从理论上证明了对于所研究的稀疏信号恢复问题， $l_0$  范数和低秩两项约束可以替代 $l_0$  范数、Frobenius 范数和低秩三项约束。并基于乘积流形的一阶搜索，为所形成的联合激活设备检测和信道估计问题提出了两种新颖的多重秩已知稀疏恢复算法。最后，本文通过表征此算法的不相干和收缩区域、建立误差收缩表达式并结合留一法扰动理论，理论上证明了所提出算法的收敛性。

基于该工作的研究成果发表于2021年的IEEE Transactions on Wireless Communications 期刊和2020年的IEEE International Conference on Communications 会议，安排在本文第五章。

5. **基于无小区网络的分布式协作激活设备检测方案设计。**为了增强大规模免授权随机接入网络的可扩展性，本文全面研究了面向无小区网络的大规模免授权随机接入，并首次提出了分布式协作激活设备检测算法。本文首先基于统计信息研究了相邻接入点之间的设备状态向量的关联性，即联合相似性和稀疏性。进而提出了一种基于

前向后向分裂策略的分布式近似分离方法以解决激活设备检测问题。然后，本文结合李雅普诺夫函数和近端映射的非扩张性，重点分析了所提分布式协作激活设备检测算法的收敛特性。理论分析表明，所提出的算法收敛速度快且计算复杂度和通信成本较低。

基于该工作的研究成果发表于2020年的IEEE Transactions on Signal Processing 期刊和2020年的IEEE Global Communications Conference 会议，安排在本文第六章。



## 第二章 大规模免授权随机接入的一体化设计

### 2.1 引言

随着物联网（Internet-of-Things, IoT）在经济社会各领域的广泛应用，物联网设备的数量呈现了爆发式增长。在此背景下，6G无线网络需要支持海量设备的接入。由于物联网业务的偶发特性，在每个时隙内，仅有少部分的设备处于激活状态，需要与基站通信。其他设备为了节省能量而暂时处于休眠状态，它们只有在受到外部事件触发时才会被激活。基于免授权随机接入协议，激活设备在每个时隙的开始阶段同时向基站发射前导序列，基站通过激活设备检测和信道估计算法，得知哪些设备处于激活状态并获得其相应的信道状态信息。然后在每个时隙的剩余长度内，基站和激活设备进行上行和下行数据交互。

为了实现准确的上行链路信道估计，设备发送的前导序列的长度需要大于潜在的激活设备数。同时前导序列的长度又受时隙长度和小区内总的设备数目的约束。通常情况下，潜在的激活设备数远远大于前导序列的长度，这导致系统为所有设备分配一个正交的前导序列。所以各个设备的前导序列是非正交的，那么设备之间的激活检测和信道估计会受到相互干扰。通常长的前导序列可以提高信道估计准确度，但是过长的前导序列长度也会导致一个时隙内留给数据传输的长度变短，影响总的数据传输速率<sup>[93;94]</sup>。因此，有必要从前导序列长度的角度对大规模接入系统的激活设备检测和数据传输进行一体化设计，从而增强系统的整体性能。

目前，有部分工作提出了一些方法来处理前导序列长度优化问题。例如在文献<sup>[95]</sup>中，作者研究了时分双工（Time Division Duplex, TDD）下行链路大规模MIMO系统中最佳前导序列长度的缩放定律。文献<sup>[96]</sup>在无小区大规模MIMO系统中基于二分法提出了一种前导序列长度优化算法。文献<sup>[97]</sup>联合优化了单小区上行大规模MIMO系统中的前导序列长度和发射功率，得出了最优前导序列长度等于用户数的结论。但是，这些工作通常考虑一两个阶段的时隙分配，即上行和下行数据传输阶段。然而，在TDD模式下运行的大规模免授权随机接入的一个典型时隙通常由三个阶段组成，即设备检测和信道估计，上行数据传输和下行数据传输。事实上，因为三个阶段是相互耦合的，所以大规模免授权随机接入网络

的性能是由这三个阶段共同决定的。

在此背景下，本章以蜂窝物联网为典型场景设计了由设备检测和信道估计、上行数据传输和下行数据传输组成的三相传输协议，并对大规模免授权随机接入进行了一体化设计。本章进而分析了大规模随机接入情况下的信道估计精度，并根据信道条件和系统参数推导出上行链路和下行链路可达速率的闭式表达式。此外，为了提高整体性能，本章提出了一种三相传输协议的长度分配算法。通过一体化设计和分析，本章揭示了大规模免授权随机接入的参数对系统整体性能的影响，从而为后续章节设计有效的大规模免授权随机接入方案提供了重要的理论依据。

本章内容安排如下：2.2节简要介绍了存在大规模随机激活设备的蜂窝物联网系统，并设计了一个通用的三相传输协议；2.3节分析了大规模蜂窝物联网的上行和下行链路可达速率；接下来，本章在2.4节中提出了三相传输协议的优化算法；2.5节提供了仿真结果以验证理论推导的准确性；最后，2.6节总结本章研究内容。

## 2.2 系统模型

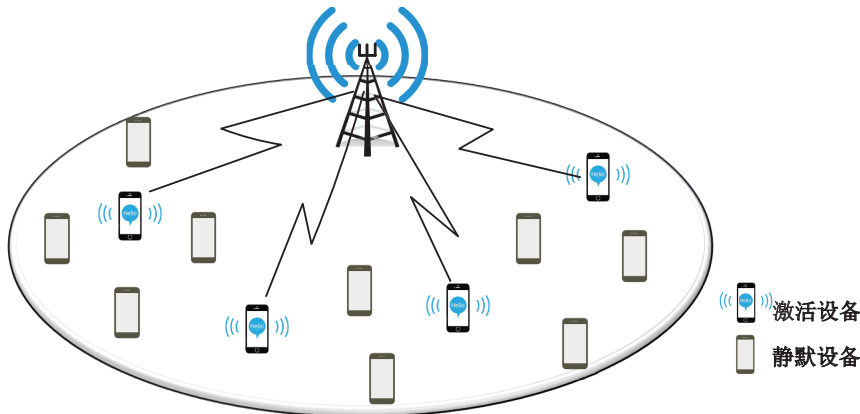


图 2.1 带有偶发性业务的6G蜂窝物联网示意图

本章考虑一个如图2.1所示的单小区蜂窝物联网，其中配备了 $M$ 根天线的基站为 $N$ 个单天线设备提供服务。由于物联网应用的突发特性，每个物联网设备都有偶发性的数据流量，因此只有少部分设备在某一时刻内处于激活状态。本章采用免授权随机接入方案，物联网设备无需基站授权或事先调度即可接入6G无线网络。为此，本章为在TDD模式下运行的蜂窝物联网设计了一个通用的三相传输协议。如图2.2所示，每个长度为 $T$ 的时隙由

三个阶段组成：长度为 $L^p$ 的激活设备检测和信道估计，长度为 $L^u$ 的上行数据传输和长度为 $L^d$ 的下行数据传输。下面，本节依次介绍这一三相传输协议的三个阶段。

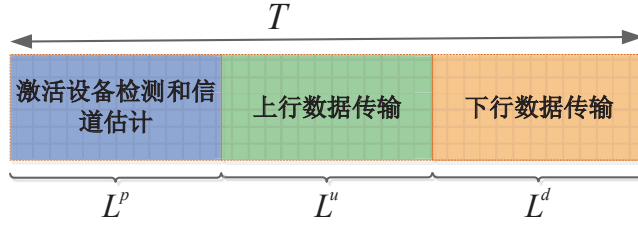


图 2.2 三相传输协议示意图

### 2.2.1 激活设备检测和信道估计

在每个时隙的开始阶段，激活的物联网设备同时通过上行链路向基站发送服从高斯随机分布的前导序列。用 $\mathcal{K}$ 表示在某一时隙内激活设备的集合， $K = |\mathcal{K}|$ 表示总的激活设备的数量。为方便起见，将 $\chi_k$ 定义为激活状态指示器，如果设备 $k$ 处于激活状态，则 $\chi_k = 1$ ，否则 $\chi_k = 0$ 。让 $\varepsilon_k$ 代表设备 $k$ 的激活概率，那么可以得到

$$\begin{cases} \Pr(\chi_k = 1) = \varepsilon_k, k \in \mathcal{K} \\ \Pr(\chi_k = 0) = 1 - \varepsilon_k, \text{ 否则} \end{cases} \quad (2.1)$$

将第 $n$ 个设备到基站的信道表示为 $\mathbf{h}_n$ ，这里 $\mathbf{h}_n$ 服从独立同分布(independent and identically distributed, i.i.d.)的零均值复高斯分布，即 $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \beta_n \mathbf{I})$ ，其中 $\beta_n$ 是大尺度衰落系数。本章假设信道在每个时隙内保持不变，在时隙间独立地衰落。假设第 $n$ 个物联网设备被分配一个唯一的前导序列 $\mathbf{a}_n = [a_{n,1}, \dots, a_{n,L^p}] \in \mathbb{C}^{L^p \times 1}$ ，那么基站的接收信号 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{L^p \times M}$ 可以表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{n=1}^N \chi_n \sqrt{\varsigma_n} \mathbf{a}_n \mathbf{h}_n^T + \mathbf{E} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{E}, \quad (2.2)$$

其中 $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_M] \in \mathbb{C}^{L^p \times M}$ 是AWGN矩阵， $\mathbf{e}_m \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ ， $\varsigma_n = L^p p_n^p$ 是设备 $n$ 的发射能量， $\sigma^2$ 是噪声方差， $p_n^p$ 为设备 $n$ 的前导序列功率， $L^p$ 为前导序列的长度。这里 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N] \in \mathbb{C}^{L^p \times N}$ 为前导序列矩阵， $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N]^T \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为设备状态矩阵，其中 $\mathbf{x}_n = \sqrt{\varsigma_n} \chi_n \mathbf{h}_n \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。由于只有少部分设备处于激活的状态， $\mathbf{X}$ 是行稀疏的信号，其行向量 $\mathbf{x}_n \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 遵循伯努利高斯分布，即

$$f_{\mathbf{x}_n}(\mathbf{x}_n) = (1 - \varepsilon_n) \delta_0 + \varepsilon_n f(\mathbf{b}_n), \quad (2.3)$$

其中  $f(\mathbf{b}_n) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \beta_n \varsigma_n \mathbf{I}) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ , 这里  $\mathbf{b}_n = \sqrt{\varsigma_n} \mathbf{h}_n$ ,  $\delta_0$  是关于零点的狄拉克函数。

基站根据接收到的信号  $\mathbf{Y}$  进行联合激活设备检测和信道估计, 相当于恢复稀疏的设备状态矩阵  $\mathbf{X}$ 。由于AMP是一种常用且有效的稀疏信号恢复算法<sup>[45:98]</sup>, 本章采用AMP算法进行联合激活设备检测和信道估计。具体而言, AMP通过以下迭代过程恢复  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{x}_n^{t+1} = \eta_{t,n}((\mathbf{R}^t)^H \mathbf{a}_n + \mathbf{x}_n^t), \quad (2.4)$$

和

$$\mathbf{R}^{t+1} = \mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}^{t+1} + \frac{N}{L} \mathbf{R}^t \sum_{n=1}^N \frac{\eta'_{t,n}((\mathbf{R}^t)^H \mathbf{a}_n + \mathbf{x}_n^t)}{N}, \quad (2.5)$$

其中  $\mathbf{x}_n^t$  是基站在第  $t$  次迭代时对  $\mathbf{x}_n$  的估计,  $\eta_{t,n}(\cdot)$  是一个非线性去噪函数, 它是基于有效观测值  $(\mathbf{R}^t)^H \mathbf{a}_n + \mathbf{x}_n^t$  而得到的  $\mathbf{x}_n^t$  的估计值,  $\eta'_{t,n}(\cdot)$  是  $\eta_{t,n}(\cdot)$  的一阶导数, 而  $\mathbf{R}^t$  表示相应的残差。

AMP 的一个重要特性是通过状态演化可以在每次迭代时预测降噪器的均方误差 (Mean-Square Error, MSE)<sup>[99]</sup>。具体来说, 在迭代次数  $t = 0$  时, 令  $\Sigma_0 = \sigma^2 \mathbf{I} + N/L^p \mathbb{E}[\mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H]$ , 那么可以递归地给出  $t > 0$  的状态演化, 即

$$\Sigma_{t+1} = \sigma^2 \mathbf{I} + N/L^p \mathbb{E} \left[ \left( \eta_{t,n}(\mathbf{X}_n + \Sigma_t^{1/2} \mathbf{G}) - \mathbf{X}_n \right) \left( \eta_{t,n}(\mathbf{X}_n + \Sigma_t^{1/2} \mathbf{G}) - \mathbf{X}_n \right)^H \right], \quad (2.6)$$

其中  $\mathbf{G} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 。状态演化对于一些连续去噪函数是有效的, 在本小节中, AMP 算法采用最小均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 降噪器。当系统的设备总数目  $N$  很大时,  $\eta_{t,n}((\mathbf{R}^t)^H \mathbf{a}_n + \mathbf{x}_n^t)$  与  $\eta_{t,n}(\hat{\mathbf{x}}_{t,n} = \mathbf{x}_n + \Sigma_t^{1/2} \mathbf{g})$  的分布极度接近, 其中  $\mathbf{g}$  的分布由  $\mathbf{G}$  表征。因此, 对于给定的观察值  $\mathbf{x}_n + \Sigma_t^{1/2} \mathbf{g}$ , MMSE 降噪器  $\eta_{t,n}(\cdot)$  可以通过最小化贝叶斯MSE来设计, 即

$$\mathbf{x}_n^{t+1} = \eta_{t,n}(\hat{\mathbf{x}}_{t,n}) = \mathbb{E} \left[ \mathbf{X}_n | \hat{\mathbf{X}}_{t,n} = \hat{\mathbf{x}}_{t,n} \right] = \frac{\beta_n \varsigma_n (\beta_n \varsigma_n \mathbf{I} + \Sigma_t)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{t,n}}{1 + \frac{1-\varepsilon_n}{\varepsilon_n} \det[\mathbf{I} + \beta_n \varsigma_n \Sigma_t^{-1}] q_{t,n}}, \quad (2.7)$$

其中

$$q_{t,n} = \exp(-\hat{\mathbf{x}}_{t,n}^H (\Sigma_t^{-1} - (\Sigma_t + \beta_n \varsigma_n \mathbf{I})^{-1}) \hat{\mathbf{x}}_{t,n}), \quad (2.8)$$

这里  $\hat{\mathbf{X}}_{t,n} = \mathbf{X}_n + \Sigma_t^{1/2} \mathbf{G}$  表征了  $\hat{\mathbf{x}}_{t,n}$  的分布。基于表达式(2.3)和(2.6), 可以验证出如果初始协方差矩阵为  $\Sigma_0 = \tau_0^2 \mathbf{I}$ , 那么  $\Sigma_t$  是具有相同对角元素的对角矩阵, 即  $\Sigma_t = \tau_t^2 \mathbf{I}$ 。因此, 结合MMSE降噪器, 并用  $\tau_t^2 \mathbf{I}$  替换方程(2.6)中的  $\Sigma_t$ , 可以得到

$$\tau_{t+1}^2 = \sigma^2 + N/L^p \mathbb{E} \left[ \frac{\varepsilon_n \beta_n \varsigma_n \tau_t^2}{\beta_n \varsigma_n + \tau_t^2} \right], \quad (2.9)$$

其中初始状态  $\tau_0^2 = \sigma^2 + N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n \beta_n \varsigma_n]$ 。接下来, (2.7) 中的降噪器  $\eta_{t,n}(\cdot)$  可以转换成

$$\mathbf{x}_n^{t+1} = \eta_{t,n}(\hat{\mathbf{x}}_{t,n}) = \phi_{t,n} \frac{\beta_n \varsigma_n}{\beta_n \varsigma_n + \tau_t^2} \hat{\mathbf{x}}_{t,n}, \quad (2.10)$$

其中

$$\phi_{t,n} = \frac{1}{1 + \frac{1-\varepsilon_n}{\varepsilon_n} \exp(-M(\pi_{t,n} - \varphi_{t,n}))}, \quad (2.11)$$

$$\pi_{t,n} = \left( \frac{1}{\tau_t^2} - \frac{1}{\tau_t^2 + \beta_n \varsigma_n} \right) \frac{\hat{\mathbf{x}}_{t,n}^H \hat{\mathbf{x}}_{t,n}}{M}, \quad (2.12)$$

$$\varphi_{t,n} = \ln \left( 1 + \frac{\beta_n \varsigma_n}{\tau_t^2} \right). \quad (2.13)$$

一旦AMP算法收敛, 就可以通过设置阈值来执行设备激活状态检测。当基站天线数  $M$  很大时, 不难发现以下关系

$$\phi_{t,n} \rightarrow \begin{cases} 1, & \text{if } \pi_{t,n} > \varphi_{t,n} \\ 0, & \text{if } \pi_{t,n} < \varphi_{t,n} \end{cases} \quad (2.14)$$

注意  $\phi_{t,n}$  暗示了(2.10)中的  $\mathbf{x}_n^{t+1}$  是否为零, 因此检测阈值  $\theta_{t,n}$  可以设置为

$$\theta_{t,n} = \frac{M \ln \left( 1 + \frac{\beta_n \varsigma_n}{\tau_t^2} \right)}{\frac{1}{\tau_t^2} - \frac{1}{\tau_t^2 + \beta_n \varsigma_n}}. \quad (2.15)$$

那么设备激活状态检测结果可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_n^t \neq \mathbf{0} \text{ (激活设备),} & \text{if } \hat{\mathbf{x}}_{t,n}^H \hat{\mathbf{x}}_{t,n} > \theta_{t,n} \\ \mathbf{x}_n^t = \mathbf{0} \text{ (静默设备),} & \text{if } \hat{\mathbf{x}}_{t,n}^H \hat{\mathbf{x}}_{t,n} < \theta_{t,n} \end{cases} \quad (2.16)$$

正如2.5节的模拟仿真验证的那样, 当基站天线的数量很大时, 设备检测误差逐渐接近于零。一旦检测出激活的设备, 相应的信道估计值  $\hat{\mathbf{h}}_{t,n}$  可以表示为

$$\hat{\mathbf{h}}_{t,n} = \mathbf{x}_n^t / \sqrt{\varsigma_n}. \quad (2.17)$$

### 2.2.2 上行数据传输

在联合激活设备检测和信道估计之后, 激活的设备通过上行链路向基站发送长度为  $L^u$  的数据信号。那么基站接收到的信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{n \in \mathcal{K}} \mathbf{h}_n \sqrt{p_n^u} s_n^u + \mathbf{n}^u, \quad (2.18)$$

其中  $s_n^u$  代表从设备  $n$  发送的服从高斯分布的数据信号,  $p_n^u$  是对应的发射功率,  $\mathbf{n}^u \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$  表示基站处的加性高斯白噪声。为了从接收信号中恢复出发送信号, 基站根据估计的 CSI 执行最大比合并 (Maximum Ratio Combining, MRC) 检测。在数学上, 与第  $k$  个设备的信号相关联的 MRC 检测器由下式给出

$$\mathbf{v}_k = \frac{\hat{\mathbf{h}}_k}{\|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2}. \quad (2.19)$$

接下来, 基站恢复出的设备  $k$  的数据符号可以表示为

$$y_k^u = \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_k \sqrt{p_k^u} s_k^u + \mathbf{v}_k^H \sum_{n \in \mathcal{K}/k} \mathbf{h}_n \sqrt{p_n^u} s_n^u + \mathbf{v}_k^H \mathbf{n}^u, \quad (2.20)$$

其中, 等式(2.20)右侧的第一项是所需要的有用信号, 第二项是来自其他物联网设备的干扰信号。因此, 对于第  $k$  个设备, 上行信干噪比 (Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR) 和可达速率可以分别表示为

$$\gamma_k^{UL} = \frac{p_k^u |\mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u |\mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_n|^2 + \sigma^2}, \quad (2.21)$$

和

$$r_k^{UL} = \frac{L^u}{T} \log_2(1 + \gamma_k^{UL}). \quad (2.22)$$

### 2.2.3 下行数据传输

在这一时隙的剩余长度  $L^d$  中, 基站通过下行链路向激活设备广播消息。对于下行数据传输, 基站处的发射信号可以构造为

$$\mathbf{s} = \sum_{n \in \mathcal{K}} \mathbf{w}_n \sqrt{p_n^d} s_n^d, \quad (2.23)$$

其中  $\mathbf{w}_n$  是第  $n$  个设备信号的发射波束,  $s_n^d \sim \mathcal{CN}(0, 1)$  是数据信号,  $p_n^d$  是发射功率。为了平衡系统性能和计算复杂度, 本章采用最大比传输 (Maximum Ratio Transmission, MRT) 波束成形, 其表达式由下式给出

$$\mathbf{w}_n = \frac{\hat{\mathbf{h}}_n}{\|\hat{\mathbf{h}}_n\|_2}. \quad (2.24)$$

然后, 基站在下行信道上广播消息, 进而第  $k$  个设备接收到的信号可以表示为

$$y_k^d = \mathbf{h}_k^H \mathbf{s} + n_k^d = \mathbf{h}_k^H \sum_{n \in \mathcal{K}} \mathbf{w}_n \sqrt{p_n^d} s_n^d + n_k^d, \quad (2.25)$$

其中  $n_k^d \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  表示第  $k$  个设备处的AWGN。因此，对于第  $k$  个设备，下行SINR和可达速率可以分别表示为

$$\gamma_k^{DL} = \frac{p_k^d |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_n|^2 + \sigma^2}, \quad (2.26)$$

和

$$r_k^{DL} = \frac{L^d}{T} \log_2(1 + \gamma_k^{DL}). \quad (2.27)$$

从表达式(2.22)和(2.27)可以看出，传输协议中三个阶段的长度对系统可达速率有很大影响。所以，本章接下来将分析系统性能，并提供一个时长优化算法以进一步提高系统的整体性能。

### 2.3 蜂窝物联网的性能分析

本节根据所提出的蜂窝物联网三相传输协议的特点，得出了上行链路和下行链路可达速率的闭式表达式。注意本节的分析是基于6G候选技术-大规模天线阵列而进行的。大规模天线阵列的部署有利于提高海量设备接入情况下的系统性能。为了分析方便，首先介绍以下定理。

**定理2.1.** 当基站天线数  $M$  趋于无穷大时，估计出的CSI和信道估计误差呈均值为0的高斯分布，它们的方差分别为  $v_{t,k}(M)\mathbf{I}$  和  $\Delta v_{t,k}(M)\mathbf{I}$ ，而且这两项将会分别收敛到

$$\lim_{M \rightarrow \infty} v_{t,k}(M) = \frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2}, \quad (2.28)$$

和

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \Delta v_{t,k}(M) = \frac{\beta_k \tau_\infty^2}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2}. \quad (2.29)$$

证明: 见附录A.1. □

**定理2.2.** 当基站天线数目  $M$  趋于无穷大而且  $N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] < 1$  (即  $K < L^p$ ) 时 (注意为了保证信道估计的合理精度，这个假设是符合实际情况的)，状态演化的不动点  $\tau_t^2$  会收敛到

$$\tau_\infty^2 \approx \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon]}. \quad (2.30)$$

证明: 见附录A.2. □

结合表达式(2.29)和(2.30), 可以得到 $\Delta v_{l,k} \approx \frac{\beta_k \frac{\sigma^2}{1-K/LP}}{\beta_k \varsigma_k + \frac{\sigma^2}{1-K/LP}}$ 。注意信道估计误差由 $\beta_k$ 、 $\varsigma_k$ 、 $\sigma^2$ 、激活设备的数量 $K$ 和前导序列的长度 $L^p$ 决定。随着激活设备数目 $K$ 的增加,  $L^p$ 必须增加以达到相同的信道估计精度。在大规模设备接入的场景下, 由于 $L^p$ 长度的约束, 信道估计误差主要由前导序列的非正交性引起, 因此 $L^p$ 是本章要优化的关键系统参数。

### 2.3.1 上行链路可达速率

根据真实CSI  $\mathbf{h}_k$ 和估计出的CSI  $\hat{\mathbf{h}}_k$ 的关系, 即 $\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k$ , 其中 $\Delta \mathbf{h}_k$ 为估计误差, 等式(2.22)中的遍历上行链路可达速率可以改写为

$$R_k^{UL} = \frac{L^u}{T} \mathbb{E} \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{p_k^u \left| \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right|^2}{\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \left| \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_n + \Delta \mathbf{h}_n) \right|^2 + \sigma^2} \right) \right]. \quad (2.31)$$

推导等式(2.31)中关于 $\gamma_k^{UL}$ 的期望并不是一项简单的任务, 尤其是存在信道信息不确定性的情况下。为此, 本小节转而推导上行链路可达速率<sup>[100]</sup>的下限, 具体表达式为

$$\underline{R}_k^{UL} = \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{p_k^u \left| \mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right] \right|^2}{\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_n + \Delta \mathbf{h}_n) \right|^2 \right] + p_k^u \text{var} \left( \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right) + \sigma^2} \right). \quad (2.32)$$

推导上行链路可达速率下限的关键是计算等式(2.32)中的期望项和方差项。首先, 本小节分析(2.32)中的期望项。将检测器 $\mathbf{v}_k = \frac{\hat{\mathbf{h}}_k}{\|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2}$ 代入到 $\mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right]$ 中, 可得

$$\mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right] = \mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k \right] = \sqrt{\frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2}} \mathbb{E} \left[ \left\| \hat{\mathbf{h}}'_k \right\|_2 \right] = \sqrt{\frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2}} \frac{\Gamma(M+1/2)}{\Gamma(M)}, \quad (2.33)$$

其中 $\hat{\mathbf{h}}'_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ , 且 $\Gamma(x)$ 代表伽马函数。在(2.33)的第一个等式中, 因为 $\Delta \mathbf{h}_k$ 独立于 $\mathbf{v}_k$ 并且 $\Delta \mathbf{h}_k$ 的平均值是零, 可得 $\mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H \Delta \mathbf{h}_k \right] = 0$ 。(2.33)的第二个等式是根据定理2.1得到的,  $\hat{\mathbf{h}}_k$ 服从分布 $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2} \mathbf{I})$ 。(2.33)的第三个等式利用了 $\left\| \hat{\mathbf{h}}'_k \right\|_2^2$ 是自由度为 $2M$ 的 $\chi^2$ 分布的特性, 换言之,  $\mathbb{E} \left[ \left\| \hat{\mathbf{h}}'_k \right\|_2 \right] = \frac{\Gamma(M+1/2)}{\Gamma(M)}$ 。

然后, 本小节计算等式(2.32)中的干扰功率, 其中第一项可以表示为

$$\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_n + \Delta \mathbf{h}_n) \right|^2 \right] = \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_n \right|^2 \right] + \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H \Delta \mathbf{h}_n \right|^2 \right]. \quad (2.34)$$



由于 $\hat{\mathbf{h}}_n$ 的分布和 $\sqrt{\frac{\beta_n^2 \varsigma_n}{\beta_n \varsigma_n + \tau_\infty^2}} \hat{\mathbf{h}}'_n$ 的分布等价, 可得

$$\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_n \right|^2 \right] = \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \frac{\beta_n^2 \varsigma_n}{\beta_n \varsigma_n + \tau_\infty^2} \mathbb{E} \left[ \left| \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|_2} \hat{\mathbf{h}}'_n \right|^2 \right] = \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \frac{\beta_n^2 \varsigma_n}{\beta_n \varsigma_n + \tau_\infty^2}, \quad (2.35)$$

注意等式(2.35)成立的原因是 $\left| \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|_2} \hat{\mathbf{h}}'_n \right|^2$ 符合自由度为2的 $\chi^2$ 分布。根据定理2.1可知, 信道估计误差的分布为 $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \frac{\beta_k \tau_\infty^2}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2} \mathbf{I})$ , 因此(2.34)中的第二项可以计算为

$$\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H \Delta \mathbf{h}_n \right|^2 \right] = \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \frac{\beta_n \tau_\infty^2}{\beta_n \varsigma_n + \tau_\infty^2} \mathbb{E} \left[ \left| \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|_2} \Delta \mathbf{h}'_n \right|^2 \right] = \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \frac{\beta_n \tau_\infty^2}{\beta_n \varsigma_n + \tau_\infty^2}, \quad (2.36)$$

其中 $\Delta \mathbf{h}'_n \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 。等式(2.32)中的另外一个干扰项可以写为

$$\begin{aligned} \text{var} \left( \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right) &= \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right|^2 \right] - \left| \mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right] \right|^2 \\ &= \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k \right|^2 \right] + \mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{v}_k^H \Delta \mathbf{h}_k \right|^2 \right] - \left| \mathbb{E} \left[ \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k \right] \right|^2. \end{aligned} \quad (2.37)$$

如上所述,  $\left| \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k \right|^2 = \left\| \hat{\mathbf{h}}_k \right\|_2^2$ 是自由度为 $2M$ 的 $\chi^2$ 分布, 因此可得 $\mathbb{E} \left( \left| \mathbf{v}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k \right|^2 \right) = \frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2} M$ 。此外, 由于 $\mathbf{v}_k$ 和 $\Delta \mathbf{h}_k$ 之间的独立性,  $\left| \mathbf{v}_k^H \Delta \mathbf{h}_k \right|^2$ 是自由度为2的 $\chi^2$ 分布。因此可以得到 $\mathbb{E} \left( \left| \mathbf{v}_k^H \Delta \mathbf{h}_k \right|^2 \right) = \frac{\beta_k \tau_\infty^2}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2}$ 。将以上两项相加并结合(2.33), 可以推出

$$\text{var} \left( \mathbf{v}_k^H (\hat{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k) \right) = \frac{\beta_k^2 \varsigma_k M + \beta_k \tau_\infty^2 - \beta_k^2 \varsigma_k \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2}. \quad (2.38)$$

通过结合(2.33)、(2.35)、(2.36)和(2.38), 第 $k$ 个设备的上行链路可达速率的下限可以表示为

$$R_k^{UL} = \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \gamma_k^{UL} \right), \quad (2.39)$$

其中 $\gamma_k^{UL}$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \gamma_k^{UL} &= \frac{p_k^u \beta_k^2 \varsigma_k \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}}{(\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2) \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \beta_n + p_k^u \beta_k^2 \varsigma_k M + p_k^u \beta_k \tau_\infty^2 - \frac{p_k^u \beta_k^2 \varsigma_k \Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} + \sigma^2 (\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2)} \\ &\approx \frac{p_k^u \beta_k^2 \varsigma_k \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}}{\beta_k p_k^p \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \beta_n + p_k^u \beta_k^2 p_k^p M - \frac{p_k^u \beta_k^2 p_k^p \Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} + \sigma^2 \beta_k p_k^p + \frac{\sigma^2 \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \beta_n + \sigma^2 p_k^u \beta_k + \sigma^4}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

在(2.40)的第二个约等号的右侧,  $\varsigma_k$ 和 $\tau_\infty^2$ 被替换成了 $L_p p_k^p$ 和 $\frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]}$ , 经验平均值 $\mathbb{E}[\varepsilon_n]$ 被替换成了期望值 $\frac{1}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n$ 。

## 2.3.2 下行链路可达速率

类似地，将真实CSI和估计出的CSI之间的关系代入下行链路可达速率表达式(2.27)中，可得

$$R_k^{DL} = \frac{L^d}{T} \mathbb{E} \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{p_k^d \left| (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_k \right|^2}{\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \left| (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_n \right|^2 + \sigma^2} \right) \right]. \quad (2.41)$$

为了便于分析，同样推导出下行链路可达速率的下限，其具体表达式为

$$\underline{R}_k^{DL} = \frac{L^d}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{p_k^d \left| \mathbb{E} \left[ (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_k \right] \right|^2}{\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \mathbb{E} \left[ \left| (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_n \right|^2 \right] + p_k^d \text{var}((\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_k) + \sigma^2} \right). \quad (2.42)$$

接下来，本小节通过计算(2.42)中的期望项来推导出下行链路的可达速率闭合表达式。首先，将  $\mathbf{w}_k = \frac{\hat{\mathbf{h}}_k}{\|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2}$  代入到  $\mathbb{E} \left[ (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_k \right]$  后可以发现，信号功率(2.42)和(2.33)有着相同的结构。此外，由于  $\Delta \mathbf{h}_k$  独立于  $\mathbf{w}_k$ ，可以得到  $\mathbb{E} \left[ \Delta \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k \right] = 0$ 。结合这两点，本研究点有  $\left| \mathbb{E} \left[ (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_k \right] \right|^2 = \frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2} \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}$ 。基于此，(2.42)中的干扰功率可以表示为

$$\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \mathbb{E} \left[ \left| (\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_n \right|^2 \right] = \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \mathbb{E} \left[ \left| \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{w}_n \right|^2 \right] + \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \mathbb{E} \left[ \left| \Delta \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_n \right|^2 \right], \quad (2.43)$$

其中第一项的功率可以计算为

$$\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \mathbb{E} \left[ \left| \hat{\mathbf{h}}_k^H \frac{\mathbf{h}_n}{\|\mathbf{h}_n\|_2} \right|^2 \right] = \frac{\beta_k^2 \varsigma_k}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2} \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d. \quad (2.44)$$

根据(2.36)，(2.43)等式右侧的第二项的期望值可以计算为

$$\sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d \mathbb{E} \left[ \left| \Delta \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_n \right|^2 \right] = \frac{\beta_k \tau_\infty^2}{\beta_k \varsigma_k + \tau_\infty^2} \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d. \quad (2.45)$$

最后，经过一些计算，可以发现  $\text{var}((\Delta \mathbf{h}_k^H + \hat{\mathbf{h}}_k^H) \mathbf{w}_k)$  和等式(2.38)具有相同的值。因此，第  $k$  个设备的下行链路可达速率可以简化为

$$R_k^{DL} = \frac{L^d}{T} \log_2 \left( 1 + \gamma_k^{DL} \right), \quad (2.46)$$

其中 $\underline{\gamma}_k^{DL}$ 的表达式可以整理为

$$\begin{aligned}\underline{\gamma}_k^{DL} &= \frac{p_k^d \beta_k^2 s_k \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}}{(\beta_k \tau_\infty^2 + \beta_k^2 s_k) \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d + p_k^d \beta_k^2 s_k M + p_k^d \beta_k \tau_\infty^2 - \frac{p_k^d \beta_k^2 s_k \Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} + \sigma^2 (\beta_k s_k + \tau_\infty^2)} \\ &\approx \frac{p_k^d \beta_k^2 p_k^p \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}}{\beta_k^2 p_k^p \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d + \sigma^2 \beta_k p_k^p + p_k^d \beta_k^2 p_k^p M - \frac{p_k^d \beta_k^2 p_k^p \Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} + \frac{\beta_k \sigma^2 \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d + p_k^d \beta_k \sigma^2 + \sigma^4}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}}. \quad (2.47)\end{aligned}$$

表达式(2.47)的第二个等式是通过将状态演化的不动点 $\tau_\infty^2$ 近似为 $\frac{\sigma^2}{1 - \frac{N}{KL^p} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}$ ，并用 $L^p p_k^p$ 替换 $s_k$ 而得到的。

**注2.1.** 从上面的性能分析可知，上行和下行可达速率均由传输长度和CSI精度决定。此外，CSI精度取决于训练前导序列的长度。因此，从一体化设计的角度联合优化三相传输协议的时隙长度对最大化大规模接入的频谱利用效率具有重要意义。

## 2.4 三相传输协议的性能优化

本节从最大化和速率的角度来分配上行数据传输和下行数据传输的时长。由于 $L^d = T - L^p - L^u$ ，本节只取 $L^p$ 和 $L^u$ 作为给定区间 $T$ 的优化变量。从数学上讲，具有海量接入的蜂窝物联网的数据传输时隙长度分配可以表述为以下优化问题：

$$\begin{aligned}\text{OP1: } & \max_{L^p, L^u} \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{z_k}{m_k + \frac{q_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) + \frac{(T - L^p - L^u)}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right) \\ \text{s.t. } & \text{C1: } (T - L^p - L^u) \sum_{k \in \mathcal{K}} p_n^d \leq E_{\text{tot}}, \\ & \text{C2: } L^p p_k^p + L^u p_k^u \leq E_k, \forall k \\ & \text{C3: } T_1 \leq L^u < T, \\ & \text{C4: } \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n < L^p < T, \\ & \text{C5: } L^p + L^u \leq T - T_1,\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} p_k^d p_k^p \beta_k^2, \\
 b_k &= \beta_k^2 p_k^p \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d + \sigma^2 \beta_k p_k^p + p_k^d \beta_k^2 p_k^p M - p_k^d \beta_k^2 p_k^p \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)}, \\
 c_k &= \sigma^2 \beta_k \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^d + p_k^d \beta_k \sigma^2 + \sigma^4, \\
 z_k &= \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} p_k^u p_k^p \beta_k^2, \\
 m_k &= \beta_k p_k^p \sum_{n \in \mathcal{K}/k} p_n^u \beta_n + p_k^u \beta_k^2 p_k^p M - p_k^u \beta_k^2 p_k^p \frac{\Gamma^2(M+1/2)}{\Gamma^2(M)} + \sigma^2 \beta_k p_k^p, \\
 q_k &= \sigma^2 \sum_{n \in \mathcal{K}} \beta_n p_n^u + p_k^u \beta_k \sigma^2 + \sigma^4.
 \end{aligned}$$

这里  $E_{\text{tot}}$  和  $E_k$  是基站和设备  $k$  的能量预算，C1 和 C2 表示相应的每个时隙的能量约束。C4 与定理 2.2 中的条件  $\frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n < L^p$  保持一致。C3 和 C5 表示至少预留  $T_1$  的传输长度用于上行或下行数据传输，以保证基本的性能。

通过计算问题 OP1 中目标函数的黑塞矩阵，可以发现这个问题是非凸的。为了解决这个问题，本小节采用坐标下降优化方法。具体来说，本小节交替迭代地优化两个变量，直到它们收敛到固定点为止。

#### 2.4.1 前导序列长度的优化

首先针对给定的  $L^u$ ，来优化  $L^p$ 。那么，相应的优化问题可以表示为

$$\begin{aligned}
 \text{OP2} : \max_{L^p} & \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{z_k}{m_k + \frac{q_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) + \frac{(T - L^p)}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right)
 \end{aligned}$$

s.t. C1, C2, C4, C5.

注意问题 OP2 的约束条件都是关于  $L^p$  的线性函数，因此它们是凸的。而对于问题 OP2 中的目标函数，有以下定理。

**定理 2.3.** 如果  $\frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n < L^p$ ，则问题 OP2 中的目标函数中的三项（不包括其前面的加减符号）均为关于  $L^p$  的凹函数。

证明: 见附录A.3. □

利用定理2.3, OP2的目标函数可以表示为两个凹函数的差, 即

$$\max_{L^p} g(L^p) - f(L^p), \quad (2.48)$$

其中 $g(L^p)$ 和 $f(L^p)$ 的定义分别为

$$g(L^p) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{z_k}{m_k + \frac{q_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) + \frac{(T - L^p)}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right), \quad (2.49)$$

和

$$f(L^p) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right). \quad (2.50)$$

两个凹函数的差值通常是非凸函数, 而且相应的优化问题通常是NP难的<sup>[101;102]</sup>, 这阻碍了问题的求解。为了克服这个困难, 本研究点引入一个辅助变量 $z$ , 那么原题OP2就可以等价地表示为

$$\begin{aligned} & \max_{L^p, z} g(L^p) - z \\ & \text{s.t. C1, C2, C4, C5,} \\ & \quad \text{C6: } f(L^p) \leq z. \end{aligned} \quad (2.51)$$

注意(2.51)的目标函数是凹的, 除了约束条件C6之外的所有约束条件都是凸的。为了解决约束条件C6的非凸性, 本研究点在每次迭代中围绕一个点对约束条件C6中的非凸项 $f(L^p)$ 进行线性化近似。具体而言, 在第一次迭代中, 本研究点选择 $L^p$ 范围内的任意点, 即 $L^{p0}$ , 并在点 $L^{p0}$ 附近进行泰勒展开来线性近似 $f(L^p)$ 。一阶近似表达式由下式给出

$$\begin{aligned} f(L^p) & \approx f(L^{p0}) + f'(L^{p0})(L^p - L^{p0}) \\ & = \frac{L^u}{T} \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^{p0} - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) + h'_k(L^{p0})(L^p - L^{p0}) \right). \end{aligned} \quad (2.52)$$

其中

$$h'_k(L^p) = \frac{a_k c_k}{\ln 2 \left( \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) (a_k + b_k) + c_k \right) \left( b_k \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) + c_k \right)}. \quad (2.53)$$

用(2.52)代替(2.51)中的 $f(L^p)$ , 可以得到以下的凸优化问题

$$\begin{aligned} & \max_{L^p, z} g(L^p) - z \\ & \text{s.t. C1, C2, C4, C5,} \\ & \text{C6: } \frac{L^u}{T} \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^{p0} - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) + h'_k(L^{p0})(L^p - L^{p0}) \right) \leq z. \end{aligned} \quad (2.54)$$

问题(2.54)可以使用拉格朗日乘子法有效地解决。首先, 本研究点将(2.54)中的C1、C2、C4和C5重写为以下形式

$$L_{lb}^p < L^p < L_{ub}^p, \quad (2.55)$$

其中

$$L_{lb}^p = \max \left( \frac{(T - L^u) \sum_{n \in \mathcal{K}} p_n^d - E_{\text{tot}}}{\sum_{n \in \mathcal{K}} p_n^d}, \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right), \quad (2.56)$$

$$L_{ub}^p = \min \left( T - L^u - T_1, \frac{E_k - L^u p_k^u}{p_k^p} \right), \quad k \in \mathcal{K} \quad (2.57)$$

然后, 本研究点将关于问题(2.54)的拉格朗日函数表述为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(L^p, z, \varrho, v, \gamma) &= \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \frac{L^u}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{z_k}{m_k + \frac{q_k}{L^{p0} - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{(T - L^p)}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right) - \varrho(L^p - L_{ub}^p) \\ & - z + v(L^p - L_{lb}^p) - \gamma \left( f(L^{p0}) + f'(L^{p0})(L^p - L^{p0}) - z \right), \end{aligned} \quad (2.58)$$

其中 $v$ 、 $\gamma$ 和 $\varrho$ 是非负拉格朗日乘子。最后, (2.54)的卡罗需-库恩-塔克条件 (Karush-Kuhn-Tucker, KKT) 条件可以计算为(2.59)-(2.61):

$$\begin{aligned} & \sum_{n \in \mathcal{K}} \left( \frac{T - L^p}{T} \frac{a_k c_k}{\ln 2 \left( \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) (a_k + b_k) + c_k \right) \left( b_k \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) + c_k \right)} \right. \\ & + \frac{L^u}{T} \frac{z_k q_k}{\ln 2 \left( \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) (z_k + m_k) + q_k \right) \left( m_k \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) + q_k \right)} \\ & \left. - \frac{1}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) - \varrho + v - \gamma f'(L^{p0}) \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$-1 + \gamma = 0, \quad (2.60)$$

$$\gamma \left( f(L^{p0}) + f'(L^{p0})(L^p - L^{p0}) - z \right) = 0, \quad (2.61)$$

从等式(2.60)可以得出 $\gamma$ 等于1。拉格朗日乘子 $v$ 和 $\varrho$ 可以通过梯度法更新。在第 $(t+1)$ 次迭代中，它们可以更新为

$$\varrho(t+1) = \varrho(t) - \mu_\varrho(L_p - L_{ub}^p), \quad (2.62)$$

和

$$v(t+1) = v(t) - \mu_v(L_p - L_{lb}^p), \quad (2.63)$$

其中 $\mu_\varrho$ 和 $\mu_v$ 是步长。观察可知，(2.59)是 $L_p$ 的单调递减函数，因此可以对 $L_p$ 有效地执行二分法以找到最佳前导序列长度。变量 $z$ 的值可以通过计算公式(2.61)的KKT条件得到。

接下来，本研究点直观地解释所提出的前导序列长度优化方法是如何工作的：通过拉格朗日乘子法，在第一次迭代中得到(2.54)的最优解，即 $L_{opt,1}^p$ 。第二次迭代中的问题与(2.54)具有相同的结构，只是其中 $L^{p0}$ 被替换为 $L_{opt,1}^p$ ，通过解决这个问题，可以得到最优解 $L_{opt,2}^p$ 。依次重复这个过程，那么优化问题OP2变成了一个迭代优化过程，并且在第 $j$ 次迭代中，优化问题与(2.54)具有相同的结构，而 $L^{p0}$ 被替换为 $L_{opt,j-1}^p$ 。

#### 2.4.2 上行数据传输长度的优化

在前面的小节中，已经证明可以通过解决问题OP2来获得 $L^p$ 。接下来本小节专注于针对给定的 $L^p$ 求解最佳 $L^u$ 。在这种情况下， $L^u$ 的优化可以表示为以下优化问题

$$\begin{aligned} \text{OP3} : \max_{L^u} \sum_{k=1}^K & \left( L^u \left( \frac{1}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{z_k}{m_k + \frac{q_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) - \frac{1}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right) \right. \\ & \left. + \frac{(T - L^p)}{T} \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right) \right) \end{aligned}$$

s.t. C1, C2, C3, C5.

很容易证明问题OP3中的约束条件可以转化为以下线性约束

$$L_{lb}^u < L^u < L_{ub}^u, \quad (2.64)$$

其中

$$L_{lb}^u = \max \left( \frac{(T - L^p) \sum_{n \in \mathcal{K}} p_n^d - E_{tot}}{\sum_{n \in \mathcal{K}} p_n^d}, T_1 \right), \quad (2.65)$$

$$L_{ub}^u = \min \left( T - L^p - T_1, \frac{E_k - L^p p_k^p}{p_k^u} \right), \quad k \in \mathcal{K} \quad (2.66)$$

可以观察到，OP3 的目标函数是关于变量  $L^u$  的线性函数，因此可以直接解决这个问题。

综上所述，用于最大化蜂窝物联网和速率的三相传输协议的长度分配可以描述为算法2.1。

---

**算法 2.1** 和速率最大化的三相传输协议的时长分配设计
 

---

- 1: **初始化:** 从间隔  $[L_{lb}^u, L_{ub}^u]$  中选取  $L^u$  的值, 设置迭代下标  $i = 1$ , 并且设置精度参数为  $\varpi$  和  $\varpi_1$ ;
  - 2: **while**  $\Delta < \varpi$  **do**
  - 3: 固定  $L^u$  来优化  $L^p$ ;  
 从间隔  $[L_{lb}^p, L_{ub}^p]$  中选取任意值  $L^{p0}$  的值;  
 设置  $j = 1$ ;  
**while**  $\Delta_1 < \varpi_1$  **do**  
 求解(2.54) 以得到  $L_{opt,j}^p$ ;  
 设置  $L^{p0} = L_{opt,j}^p$ ;  
 更新(2.54)中的  $\Delta_1 = R_{sumrate,j} - R_{sumrate,j-1}$ ;  
 令  $j = j + 1$ ;  
**end while**  
 输出  $L_{opt,i}^p = L_{opt,j-1}^p$ ;
  - 4: 固定  $L^p$  来优化  $L^u$ ;  
 求解OP3 以得到  $L_{opt,i}^u$ ;
  - 5: 更新OP1 中的  $\Delta = R_{sumrate,i} - R_{sumrate,i-1}$ ;  
 令  $i = i + 1$ ;
  - 6: **end while**
- 

### 2.4.3 算法的收敛性和复杂度分析

本节将分析算法2.1的收敛性和计算复杂度。首先给出关于算法2.1 中最优值收敛的引理。

**引理2.1.** 问题OP2 中目标函数的最优值在迭代过程中递增, 并且最优值有一个紧的上限。



*证明:* 在第 $j$ 次迭代中, OP2 中的优化问题是通过将 $f(L^p)$  围绕 $L_{\text{opt},j-1}^p$  点进行线性化而得到的。由于 $L_{\text{opt},j-1}^p$  是优化问题(2.54) 的可行点, 因此问题OP2中的目标函数在第 $j$ 次迭代时的最优值一定不小于第 $j-1$ 次迭代时的最优值。从而可知, 优化问题OP2目标函数值是递增的。

此外, 由于可行集C6是非凸的, 优化问题(2.51)是非凸的。(2.51) 的最优值的上限可以通过用其相应的凸包替换非凸约束C6 来获得。具体来说, 可以将间隔 $L^p \in [L_{lb}^p, L_{ub}^p]$  划分为 $Q$  个子区间, 并用相应的凸包替换C6 的非凸子区域, 然后在每个凸的子区域上求解优化问题 (2.51), 并比较所有凸子区域中对应的目标函数值, 从而找到一个最大值作为(2.51) 中目标函数的最优值的上限。事实上, 如果区间 $Q$  的数量足够大, 那么这样求得的上限是紧的。□

**引理2.2.** 问题OP3 中目标函数的最优值在迭代过程中递增, 并且其有上界 (每个最优值都是非负的)。

*证明:* 问题OP3 是最大化目标函数, 并且问题OP3 的可行集是紧凑非空的, 因此OP3 的目标函数是单调递增的, 并且目标函数值有上界。□

在算法2.1中, 优化问题OP1在优化问题OP2和OP3迭代的过程中得到最大化, 根据引理2.1 和引理2.2 可知, OP2和OP3的目标函数在迭代中都是递增的, 因此此迭代过程永远不会减少OP1的目标函数值。此外, 由于OP2 和OP3 的目标函数都是有上限的, 那么OP1 的目标函数值也是有上限的。因此, 算法2.1 最终可以逼近最优解。

下面简要讨论所提出算法的计算复杂度。等式(2.59)中 $L^p$  计算的平均次数为 $K\delta_{bic}$ , 其中 $\delta_{bic}$ 表示二分法的计算复杂度。表达式(2.57) 和(2.66) 的计算复杂度都是 $K$ 。而计算 $\Delta$  和 $\Delta_1$  的计算复杂度相等, 均为 $K$ 。此外, 计算OP3 目标函数的参数所需的计算复杂度为 $K$ 。因此, 算法2.1 的总计算复杂度为 $\mathcal{O}(i(3K + j(K + \iota(K\delta_{bic} + K))))$ , 其中 $\iota$  代表迭代梯度法中计算拉格朗日乘子需要的迭代次数,  $i$  和 $j$  表示算法2.1中的迭代次数索引。由于算法2.1 中的迭代次数较少, 计算复杂度可以渐近地认为与设备激活的数量呈线性关系且与基站天线数量无关, 这意味着算法2.1 的计算复杂度较低, 可以在多项式时间内实现。

## 2.5 仿真实验与结果分析

本节通过仿真验证前述理论分析结果的正确性。在没有额外说明的情况下, 本节的仿真参数按照表2.1来设置。注意, 仿真结果是通过1000 多个信道实现进行平均而获得的。

表 2.1 仿真参数的设置

参数	值
物联网设备总数 $N$	2000
设备-基站距离 $d_k$ 处的路径损耗 $\beta_k$	$126 + 35 \log_{10}(d_k)$
随机分布的 $d_k$	20 - 800 m
随机分布的前导序列功率	6-15 dBm
随机分布的上行传输功率	8 - 14 dBm
随机分布的下行传输功率	9 - 25 dBm
随机分布的激活概率 $\varepsilon_k$	0.01 - 0.15
噪声功率	0.1 W
$T_1$ 的长度	$T/20$

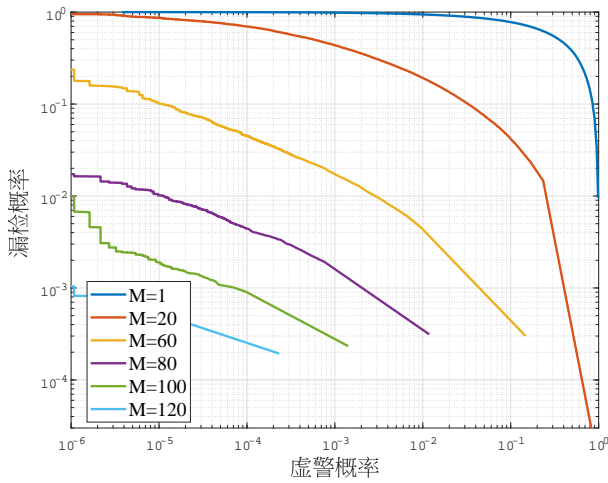


图 2.3 基站天线数目对虚警概率和漏检概率的影响

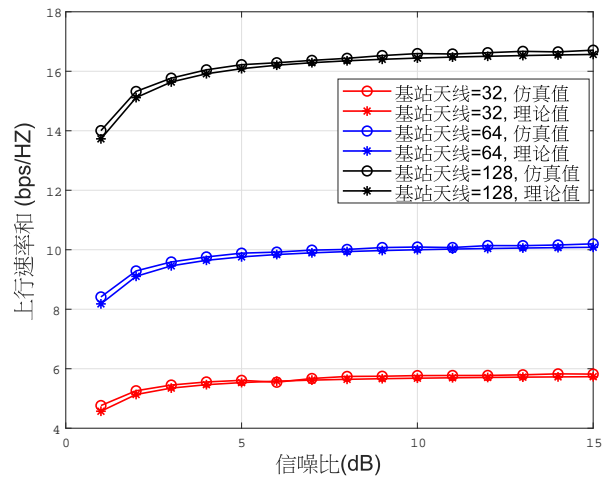


图 2.4 上行和速率的理论值和仿真值的比较

首先，本节在图2.3中展示了基于AMP的联合激活设备检测和信道估计算法的虚警概率和漏检概率，其中 $L^p = 150$ 。漏检概率定义为设备处于激活状态但检测器检测结果为其处于非激活状态的概率。而虚警概率定义为设备处于非激活状态但检测器声明其处于激活状态的概率。仿真结果表明，随着基站天线数量 $M$ 的增加，检测错误概率会降低，如果 $M$ 趋于无穷大，则检测错误概率将趋于零。然后，本节分别在图2.4和图2.5中比较了上下行速率总和的仿真值和理论值。图2.4中 $L^p = 150$ ， $L^u = 150$ ，并且 $T = 1000$ ，而

图2.5中 $L^d = 700$ ，其他参数和图2.4保持一致。从这两个图中可以看出，在整个信噪比（Signal to Noise Ratio, SNR）区域中，理论值与仿真值很好地吻合。另外，上行链路和下行链路场景中的和速率均在高SNR时达到饱和，这是因为在高SNR时，干扰是受到限制的。

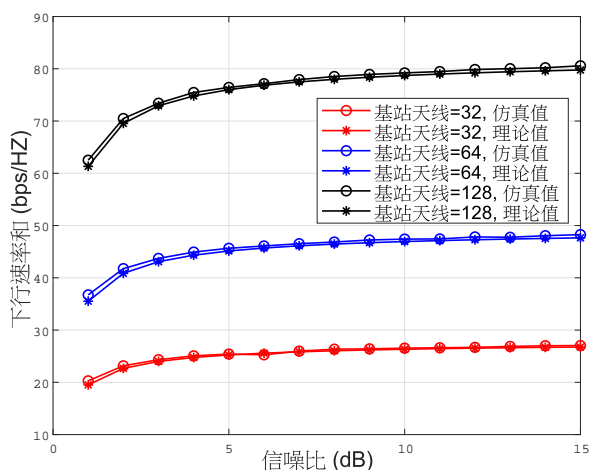


图 2.5 下行和速率的理论值和仿真值的比较

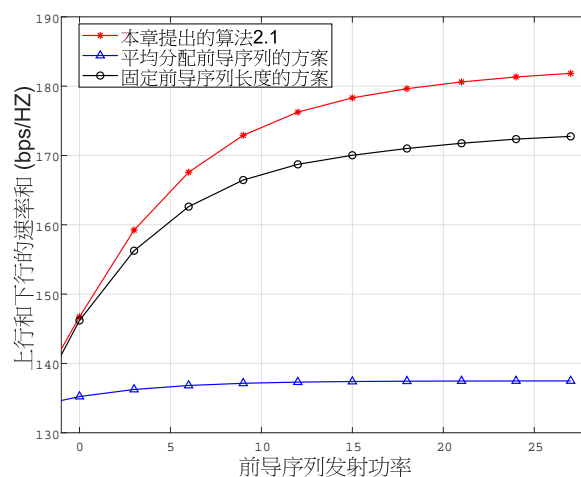


图 2.6 前导序列能量对上行和下行速率和的影响

接下来，本节将所提出的优化算法2.1与以下两个基线方案进行比较：

1. 平均等长分配方案。即 $L^p = L^u = L^d$ 。
2. 固定前导序列长度方案。即 $L^p = NE(\varepsilon)$ ，而 $L^u$ 和 $L^d$ 均等地使用剩余的长度。

在大规模MIMO通信系统中，长度优化工作<sup>[97]</sup>得出的结论是最优前导序列长度等于设备数目。因此，本章选择基线方案2参与性能比较，其中前导序列长度等于激活的设备数，剩余资源被平均分为上行和下行数据传输长度。

图2.6绘制了不同平均前导序列发射功率下的上行链路和下行链路数据传输的和速率，其中 $M = 256$ ， $T = 1000$ 。可以看出所提出的算法在整个前导序列发射功率区域内表现较好。特别是其性能增益随着前导序列发射功率的增加而呈现增加趋势。图2.7绘制了基站天线数量 $M$ 对上行链路和下行链路数据传输的和速率的影响，其中 $T = 1000$ 。从图2.7可以看出，与其他两种基线方案相比，所提出的算法2.1显著提高了和速率，并且在基站大规模天线阵列的设置下此增益变得更为显著。这是因为上下行和速率都随着 $M$ 单调增加，并且当 $M$ 较大时，三相协议之间的长度分配比不进行长度分配效果更佳明显。此外，本节在图2.8中比较了具有不同时隙长度的三种分配方案的性能，其中 $M = 256$ 。类似地，所

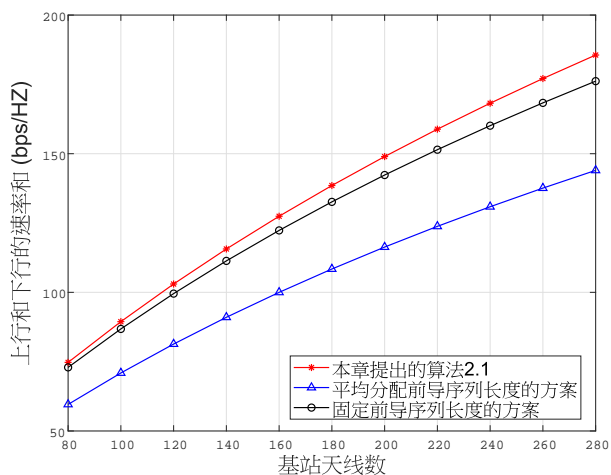


图 2.7 基站天线数目对上行和下行速率和的影响

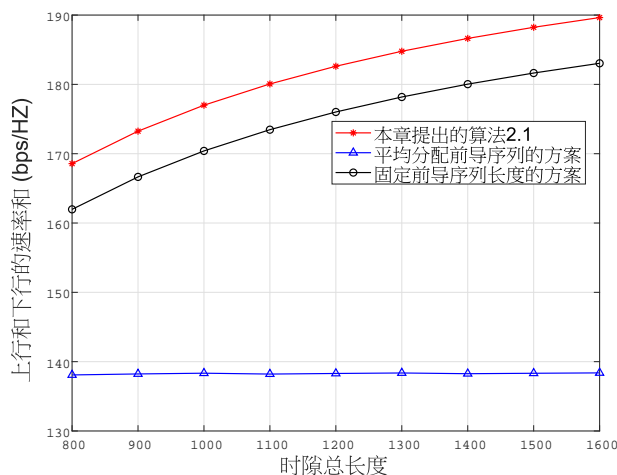


图 2.8 时隙长度对上行和下行速率和的影响

提出的算法2.1 相比于两个基线方案实现了明显的性能提升。因此，所提出的算法2.1 可以有效地提高大规模接入系统的整体接入性能。

## 2.6 本章小结

在海量设备接入的6G蜂窝物联网场景中，由于前导序列长度的限制，设备检测和信道估计算法无法为各个设备分配正交的前导序列。在这种情况下，必须采用非正交前导序列，从而导致了设备检测和信道估计的性能损失。因此，实现前导序列长度和检测性能之间的平衡是至关重要的。为此，本章首先为具有海量连接的蜂窝物联网设计了一个通用的三相传输协议，包括设备检测和信道估计、上行数据传输和下行数据传输。然后，本章分析了蜂窝物联网的性能，并基于所估计的信道状态信息推导出上行链路和下行链路数据传输可达速率的闭式表达式。接下来，本章根据蜂窝物联网的特点，设计了三相传输协议时隙长度分配优化算法。最后，本章通过数值仿真对上述理论分析和优化算法进行了评估，仿真结果验证了速率分析的准确性和所提算法相比于现有算法的优越性。

## 第三章 基于降维的联合激活设备检测和信道估计方案设计

### 3.1 引言

由上一章的性能分析可知，大规模免授权随机接入的检测准确率和基站天线数目成正比，但是算法的计算复杂度却随基站天线数目和接入设备数目的增长而急剧增加。由于大规模基站天线阵列的部署和海量物联网设备的接入<sup>[103]</sup>，联合激活设备检测和信道估计的计算复杂度是实际系统难以承受的。因此，有必要根据6G蜂窝物联网的特点设计低复杂度的联合激活设备检测和信道估计（Joint Activity Detection and Channel Estimation, JADCE）算法。由于非激活设备不发送它们的前导序列，包含设备激活状态和信道信息的设备状态矩阵通常是稀疏的，所以JADCE本质上是一个压缩感知问题<sup>[104]</sup>。通过假设设备的CSI事先已知，文献<sup>[55;105;106]</sup>采用了几种CS方法来检测设备的激活状态及其传输的数据。之后，在文献<sup>[107;108]</sup>中，作者针对单小区系统采用了基于AMP算法的联合激活检测和信道估计方案。最近文献<sup>[65]</sup>提出了一种低复杂度的基于协方差的激活设备检测方法，其仅依赖于接收信号的协方差矩阵，因此可以更有效地利用基站的大规模天线阵列带来的增益。尽管以上算法均利用基站大规模天线阵列提高了JADCE性能，但是却忽略了其所带来的超高计算复杂度。

事实上，由于物联网业务是偶发性的，设备状态矩阵通常是低秩的。受此观察启发，可以利用设备状态矩阵的联合稀疏和低秩结构来降低计算复杂度和前导序列开销。注意求解低秩问题通常是NP难的，常用的解决方法是利用凸松弛来近似低秩约束。例如，文献<sup>[109]</sup>提出了一种迭代算法，其用核范数代替秩约束。然而，这种迭代算法的性能在很大程度上依赖于初始值。此外，文献<sup>[110]</sup>提出了一种基于核范数松弛的半定规划（Semidefinite Programming, SDP）求解器。然而，解决SDP问题的超高计算负载和内存要求限制了它在中高维数据问题中的适用性。简而言之，基于核范数的凸松弛方法无法很好地解决低秩稀疏信号恢复问题。

为了解决这些挑战，本章提出了一种降维方法，该方法利用设备状态矩阵的稀疏和低秩结构将接收信号投影到低维空间。基于降维后的信号，本章设计了一种新颖的列满

秩约束的JADCE框架，从而减少了求解搜索空间的大小。接下来，本章为得到的目标函数设计了对数平滑方法，并提出了一种新颖的基于黎曼信赖域的JADCE算法。本章提出的JADCE算法可以利用较短的前导序列实现更准确的激活设备检测和信道估计，解决了传统的激活设备检测和信道估计问题中前导序列较长所产生的一系列问题。这一算法的计算复杂度不随基站的天线数增多而增加，可以有效地减少通信复杂度，降低通信成本。

本章内容安排如下：3.2节简要介绍了系统模型；3.3节提供了一种降维方法和一种秩估计方法，进而提出了基于降维的联合激活设备检测和信道估计框架；3.4节提出了一种基于黎曼优化的JADCE算法；3.5节提供了大量的仿真来验证所提出算法的有效性；最后，3.6节总结了本章内容。

## 3.2 系统模型

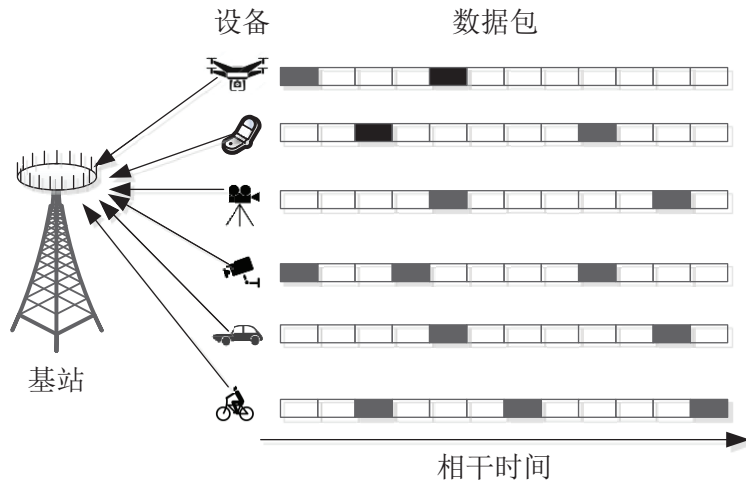


图 3.1 大规模免授权随机接入模型

和第2章相同，本章考虑由一个配备 $M$ 根天线的基站服务海量单天线设备的随机接入场景，如图3.1所示。假设系统中有 $N$ 个潜在设备，其中 $K$ 个设备处于激活状态，这些设备构成激活设备集 $\mathcal{K}$ 。对于物联网业务，某一时隙激活的设备大约只占10-15%，所以通常满足 $K \ll N$ 。激活设备同时向基站发送前导序列，基站处的接收信号 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{L \times M}$ 可以表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{n=1}^N \chi_n \sqrt{\varsigma_n} \mathbf{a}_n \mathbf{h}_n^T + \mathbf{E} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{E}, \quad (3.1)$$

其中， $L$ 为前导序列的长度。基于接收信号 $\mathbf{Y}$ ，联合激活设备检测和信道估计等效为恢复出行稀疏矩阵 $\mathbf{X}$ 。

一般而言, 从(3.1)的测量值 $\mathbf{Y}$ 中恢复出稀疏矩阵 $\mathbf{X}$ 是压缩感知<sup>[111]</sup>中典型的多测量向量问题。解决多测量向量问题的一种众所周知的技术是如下所示的 $l_{2,1}$ 范数最小二乘法

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}} \|\mathbf{X}\|_{2,1} + \frac{\zeta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2, \quad (3.2)$$

其中 $\zeta$ 是固定的惩罚参数。

### 3.3 联合激活设备检测和信道估计框架设计

由于 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{X}$ 的高维度特性, 求解问题(3.2)具有极高的计算复杂度。此外, 恢复 $\mathbf{X}$ 的准确性取决于前导序列的长度 $L$ 。然而, 较长的前导序列导致信息传输的持续时间较短, 这会限制系统的传输可达速率。为了解决这个问题, 本研究点提出了一个基于降维的联合激活设备检测和信道估计框架。

#### 3.3.1 降维

在设计联合激活设备检测和信道估计算法之前, 本研究点首先为问题(3.2)提供一个降维的等效模型。由于设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 在存在偶发性通信的情况下是行稀疏的, 因此它通常是低秩的, 即秩 $r^e = \operatorname{rank}(\mathbf{X}) \ll \min\{M, N\}$ 。基于这个特点, 有以下定理

**定理3.1.** 通过奇异值分解将基站接收信号 $\mathbf{Y}$ 分成信号子空间和噪声子空间, 即 $\mathbf{Y} = \mathbf{S}_{\text{sd}}\mathbf{V}_{\text{sd}}\mathbf{D}_{\text{sd}}^T$ 。让 $\mathbf{V} = \mathbf{S}_{r^e}\mathbf{V}_{r^e}$ , 其中 $\mathbf{S}_{r^e}$ 为 $\mathbf{S}_{\text{sd}}$ 的前 $r^e$ 列,  $\mathbf{V}_{r^e}$ 是由 $\mathbf{V}_{\text{sd}}$ 的前 $r^e$ 行和前 $r^e$ 列组成的方阵。另外, 让 $\mathbf{U}$ 表示 $\mathbf{D}_{\text{sd}}^T$ 的前 $r^e$ 行。则信号空间可以构造为

$$\mathbf{V}\mathbf{U} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{E}_X, \quad (3.3)$$

其中 $\mathbf{E}_X$ 是融入到信号空间的噪声,  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{L \times r^e}$ , 这里 $\operatorname{rank}(\mathbf{V}) = r^e$ ,  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{r^e \times M}$ , 并且 $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$ 。注意(3.3)是高SNR下的结果。由于干扰受限, 在大规模接入系统中, 这种高SNR近似值是足够精确的。基于上述信号空间, 可得

1. 原始模型(3.1)的等效形式为

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{E}_S, \quad (3.4)$$

其中 $\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{U}^H$ 并且 $\mathbf{E}_S = \mathbf{E}_X\mathbf{U}^H$ 。如果 $L \geq \mathcal{O}(K \ln(N/K) + Kr^e)$ , 问题

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times r^e}} \|\mathbf{S}\|_{2,1} + \frac{\zeta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{S} - \mathbf{V}\|_F^2, \quad (3.5)$$

可以稳定的恢复出 $K$ -行稀疏矩阵(即最多有 $K$ 行非零值的矩阵)  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times r^e}$ , 其中 $\text{rank}(\mathbf{S}) = r^e$ 。

2. 原始的设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 可以通过 $\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{U}$ 而得到。

证明: 为了将 $\mathbf{Y}$ 投影到低维子空间, 同时最小化转换 $\mathbf{Y}$ 而带来的性能损失, 设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 的秩 $r^e$ 需要提前知道。下一节将给出基于接收信号 $\mathbf{Y}$ 的秩估计方法。

1. 由于 $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$ , 等式(3.4)可以通过将(3.3)中的信号空间右乘 $\mathbf{U}^H$ 来实现, 相应地, 可得 $\mathbf{S}$ 也是 $K$ -行稀疏的。由于大规模接入系统通常是干扰受限的,  $\mathbf{V}$ 可以通过忽略噪声而近似的表示为 $\mathbf{V} \approx \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{U}^H$ 。因为 $r^e = \text{rank}(\mathbf{V}) \leq \text{rank}(\mathbf{X}\mathbf{U}^H) \leq \text{rank}(\mathbf{X}) = r^e$ , 所以 $\text{rank}(\mathbf{S}) = \text{rank}(\mathbf{X}\mathbf{U}^H) = r^e$ 。因此, 问题(3.5)中的 $\mathbf{S}$ 是列满秩且块稀疏的。文献<sup>[109;112]</sup>已经证明, 如果前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 满足块约束等距性 (Block Restricted Isometry Property, Block-RIP), 则块稀疏问题(3.5)的估计误差是有界的, 并且(3.5)可以稳定地重构 $K$ -行稀疏矩阵。对于i.i.d. 高斯分布矩阵 $\mathbf{A}$ , 如果 $L \geq \mathcal{O}(K \ln(N/K) + Kr^e)$ , 则(3.5)中的 $\mathbf{A}$ 便满足Block-RIP。那么等价地, 如果前导序列的长度 $L$ 满足这个下界,  $K$ -行稀疏矩阵 $\mathbf{S}$ 便可以从 $\mathbf{V}$ 中稳定地被重建出来。
2. 根据等式(3.4), 可以得到 $\mathbf{V}\mathbf{U} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{U} + \mathbf{E}_s\mathbf{U}$ 。换言之, 矩阵 $\mathbf{S}\mathbf{U}$ 的行支撑集对应于 $\mathbf{X}$ 的行支撑集。因此, 本研究点可以通过让 $\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{U}$ 来获得 $\mathbf{X}$ 。

□

**注3.1.** 矩阵 $\mathbf{V}$ 保留了 $\mathbf{Y}$ 的信号空间信息, 因此可以完备地恢复设备状态矩阵。当6G基站配备超大型天线阵列时, 联合激活设备检测和信道估计的计算复杂度与原始算法相比大幅降低。此外, 降维还可以减少所需的前导序列长度。具体来说, 文献<sup>[113]</sup>中基于 $l_1$ 范数最小化的非结构化稀疏恢复方法的前导序列长度的下限是 $L \geq \mathcal{O}(KM \ln(N/K))$ ; 而通过<sup>[112]</sup>中的 $l_{2,1}$ 最小化进行联合稀疏恢复的方法所需前导序列长度的下限为 $L \geq \mathcal{O}(K \ln(N/K) + KM)$ 。由此可见, 在实际应用场景中, 降维方法所需前导序列下限, 即 $L \geq \mathcal{O}(K \ln(N/K) + Kr^e)$  低于上述方法的界限。

### 3.3.2 秩估计

如上所述, 进行降维前, 需要获取设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 的秩。本小节根据接收信号 $\mathbf{Y}$ 的特性设计了一种秩估计方法。以下命题有助于秩的估计。



**命题3.1.** 令 $\Sigma_K$ 表示具有 $K$ 个非零行的复数矩阵的集合, 且矩阵的维数是 $N \times M$ 。如果映射 $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{A}\mathbf{X}$ 中的前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 在 $\Sigma_K$ 上是单射的, 那么对于任意的矩阵 $\mathbf{X} \in \Sigma_K$ , 有 $\text{rank}(\mathbf{X}) = \text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{X})$ 。

证明: 见附录B.1. □

本章考虑i.i.d.的复高斯前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ , 它是 $\Sigma_K$ 上的单射矩阵, 因此, 根据命题3.1可知, 设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 的秩等于矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{X}$ 。接下来, 对 $\mathbf{Y}$ 采用与定理3.1相同的奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)方法, 并将 $\mathbf{A}\mathbf{X}$ 作为目标变量, 可以得到 $\mathbf{A}\mathbf{X} = \Theta\Xi$ 的分解形式, 这里 $\Theta \in \mathbb{C}^{L \times r^e}$ 是列满秩矩阵, 矩阵 $\Xi \in \mathbb{C}^{r^e \times M}$ 满足 $\Xi\Xi^H = \mathbf{I}$ 。因此, 模型(3.1)可以被重写为一般形式 $\mathbf{Y} = \Theta\Xi + \mathbf{E}$ 。由于噪声均值为零且与信号不相关,  $\mathbf{Y}$ 的协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{C} = \mathbb{E}[\Theta\Theta^H] + \sigma^2\mathbf{I}. \quad (3.6)$$

由于 $\Theta$ 是列满秩的, 有 $\text{rank}(\mathbb{E}[\Theta\Theta^H]) = r^e$ 。让 $\lambda_i$ 表示 $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{L \times L}$ 的第 $i$ 个特征值, 那么以下关系成立:  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{r^e} > \lambda_{r^e+1} = \dots = \lambda_L = \sigma^2$ 。

$\mathbb{E}[\Theta\Theta^H]$ 属于广义平稳过程, 假设 $\mathbb{E}[\Theta\Theta^H]$ 的秩为变量 $r$ , 那么根据谱表示定理<sup>[114]</sup>并结合等式(3.6), 可以计算出以下协方差矩阵

$$\mathbf{C}^{(r)} = \sum_{i=1}^r (\lambda_i - \sigma^2) \mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I}, \quad (3.7)$$

其中 $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ 和 $\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_r$ 分别表示 $\mathbf{C}^{(r)}$ 的特征值和特征向量。这里,  $r$ 的取值范围是 $r \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 。定义 $\mathbf{Q}^{(r)} = (\lambda_1, \dots, \lambda_r, \sigma^2, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_r)$ 作为协方差矩阵模型的参数向量, 并假设连续随机向量 $\mathbf{y}_m \in \mathbb{C}^{L \times M}$ 服从椭圆分布<sup>[115;116]</sup>。注意椭圆分布可以对高斯数据或重拖尾数据进行建模, 因此它可以更灵活地对各种环境下的接收信号进行建模。假设不同天线的接收信号服从统计独立的椭圆分布, 那么它们的联合概率密度 $g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M | \mathbf{Q}^{(r)})$ 由下式给出

$$g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M | \mathbf{Q}^{(r)}) = \prod_{m=1}^M \tau_m \det[\mathbf{C}^{(r)}]^{-1} q(\mathbf{y}_m^H (\mathbf{C}^{(r)})^{-1} \mathbf{y}_m), \quad (3.8)$$

其中 $q(x)$ 是概率密度生成函数,  $\tau_m$ 是归一化参数, 以保证 $\tau_m \det[\mathbf{C}^{(r)}]^{-1} q(\mathbf{y}_m^H (\mathbf{C}^{(r)})^{-1} \mathbf{y}_m)$ 的积分是1<sup>[115]</sup>。取概率密度的负对数可以得到以下负对数似然函数

$$\mathcal{L}(\mathbf{Q}^{(r)}) = \frac{1}{M} \left( \sum_{i=1}^M \rho(\mathbf{y}_i^H (\mathbf{C}^{(r)})^{-1} \mathbf{y}_i) - M \ln \det[\mathbf{C}^{(r)}]^{-1} \right), \quad (3.9)$$

其中 $\rho(x) = -\ln q(x)$ 。为了在天线数目和前导序列长度有相同的数量级时稳定秩估计，本研究点在等式(3.9)中引入一个对角加载项，可以得到

$$\mathcal{L}(\mathbf{Q}^{(r)}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \rho(\mathbf{y}_i^H (\mathbf{C}^{(r)})^{-1} \mathbf{y}_i) - \ln \det[\mathbf{C}^{(r)}]^{-1} + \beta \text{Tr}((\mathbf{C}^{(r)})^{-1}), \quad (3.10)$$

其中 $\beta \in (0, 1]$ 为正则化参数。函数 $\rho(x)$ 可以定义为一般形式，不一定与椭圆密度分布 $q(x)$ 相关，通常的选择原则是让 $\rho(x)$ 的导数是非递减的、非负的和连续的。本章考虑瑞利衰落信道和高斯分布噪声，因此本研究点设置 $\rho(x) = (1 - \beta)x$ 。接下来，利用属性 $\text{Tr}(\mathbf{AB}) = \text{Tr}(\mathbf{BA})$ ，并且省略掉不依赖于参数向量 $\mathbf{C}^{(r)}$ 的项，等式(3.10)可以简化为

$$\mathcal{L}(\mathbf{Q}^{(r)}) = \text{Tr} \left\{ \left( (1 - \beta) \frac{1}{M} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H + \beta \mathbf{I} \right) (\mathbf{C}^{(r)})^{-1} \right\} - \ln |\mathbf{C}^{(r)}|^{-1}. \quad (3.11)$$

然后，可以通过最小化等式(3.11)来获得 $\mathbf{Q}^{(r)}$ 的估计 $\hat{\mathbf{Q}}^{(r)}$ ，即

$$\hat{\lambda}_i = \bar{\lambda}_i, \quad i = 1, \dots, r \quad (3.12)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_i = \bar{\mathbf{d}}_i, \quad i = 1, \dots, r \quad (3.13)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{L - r} \sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i, \quad (3.14)$$

其中 $\bar{\lambda}_1 > \bar{\lambda}_2 > \dots > \bar{\lambda}_L$ 和 $\bar{\mathbf{d}}_1, \dots, \bar{\mathbf{d}}_L$ 分别表示以下矩阵的特征值和特征向量

$$\hat{\mathbf{C}} = (1 - \beta) \frac{1}{M} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H + \beta \mathbf{I}. \quad (3.15)$$

注意等式(3.15)是文献<sup>[17]</sup>中阐述的协方差矩阵 $\mathbf{C}$ 的一般线性组合估计量。结合等式(3.12)-(3.14)中的估计参数，可以得到

$$|\mathbf{C}^{(r)}| = \left( \frac{1}{L - r} \sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i \right)^{(L-r)} \prod_{i=1}^r \bar{\lambda}_i, \quad (3.16)$$

和

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left\{ \left( (1 - \beta) \frac{1}{M} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H + \beta \mathbf{I} \right) (\mathbf{C}^{(r)})^{-1} \right\} &= (\hat{\sigma}^2)^{-1} (\bar{\lambda}_{r+1} + \bar{\lambda}_{r+2} + \dots + \bar{\lambda}_L) + r \\ &= L - r + r = L, \end{aligned} \quad (3.17)$$

这里使用了矩阵的特征值的乘积等于其行列式的值，并且矩阵的特征值之和等于其迹的两个特性。接下来，将等式(3.16)和(3.17)代入(3.11)，参数估计的负对数似然函数 $\hat{\mathbf{Q}}^{(r)}$ 可以转换为

$$\mathcal{L}(\hat{\mathbf{Q}}) = L + (L - r) \ln \left( \frac{\sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i}{L - r} \right) + \sum_{i=1}^r \ln \bar{\lambda}_i, \quad (3.18)$$

其中 $L$ 与未知参数无关,因此可以省略。除此之外,用于确保 $g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M | \mathbb{Q}^{(r)})$ 和 $g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M | \hat{\mathbb{Q}}^{(r)})$ 之间均衡的惩罚项是必要的。本小节采用由未指定常量 $u$ 控制的惩罚项,即 $\frac{ur}{M}(L - \frac{r-1}{2})$ ,对于这个惩罚项的详细说明读者可以参考文献<sup>[118]</sup>。接下来, $\mathbf{X}$ 的秩可以通过最大化函数 $\text{CM}(r)$ 来估计

$$\hat{r} = \underset{r \in \{1, 2, \dots, L\}}{\text{argmax}} \text{CM}(r), \quad (3.19)$$

其中

$$\text{CM}(r) = -(L - r) \ln \left( \frac{\sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i}{L - r} \right) - \sum_{i=1}^r \ln \bar{\lambda}_i - \frac{ur}{M} \left( L - \frac{r-1}{2} \right), \quad (3.20)$$

这相当于选择出和接收到的信号 $\mathbf{Y}$ 最匹配的 $\mathbb{Q}^{(r)}$ 。以下引理提供了当 $r = r^e$ 时保证 $\text{CM}(r)$ 最大化的条件。

**引理3.1.** 假设 $L, M \rightarrow \infty$ ,  $L/M \rightarrow \varrho$ , 并且 $\lambda_1$ 是有界的。对于 $r < r^e$ , 如果 $\lambda_{r^e} + \frac{\varrho \lambda_{r^e}}{\lambda_{r^e} - 1} - \sigma^2 - \ln(\lambda_{r^e} + \frac{\varrho \lambda_{r^e}}{\lambda_{r^e} - 1}) > u\varrho$ 和 $\lambda_{r^e} > 1 + \sqrt{\varrho}$ 成立, 那么 $P_r(\text{CM}(r^e) > \text{CM}(r)) \rightarrow 1$ , 即 $\text{CM}(r^e)$ 大于 $\text{CM}(r)$ 的概率趋于1。对于 $r > r^e$ , 如果 $u > \frac{1-\sigma^2}{\varrho} + 1 + 2\sqrt{1/\varrho} - 2\ln(1 + \sqrt{\varrho})/\varrho$ 成立, 那么 $P(\text{CM}(r^e) > \text{CM}(r)) \rightarrow 1$ 。

证明: 见附录B.2. □

从引理3.1可以观察到准确秩估计的概率受发射功率 $\lambda_{r^e} - \sigma^2$ 影响, 即发射功率越高, 准确秩估计概率越高。由于(3.19)中的 $r$ 的取值是1到 $L$ 之间的整数, 因此可以通过遍历搜索 $\text{CM}(r)$ 的最大值来获得 $\hat{r}$ 。此秩估计算法的计算复杂度为 $\mathcal{O}(L^2)$ 。为了平衡信道估计误差和信息传输的效率, 在实际应用中,  $L$ 的值一般接近激活设备的数量, 因此秩估计的计算复杂度较低且可以被接受。

### 3.3.3 大规模随机接入框架

本小节利用变换后的设备状态矩阵 $\mathbf{S}$ 的列满秩特性设计联合激活设备检测和信道估计框架。

基于定理3.1的降维,  $\mathbf{S}$ 的满秩信息可以被利用起来以确定解决方案。除此之外, 还可以进一步利用秩估计中得到的协方差矩阵估计量的特征向量 $[\bar{\mathbf{d}}_1, \dots, \bar{\mathbf{d}}_N]$ 来改善噪声环境中激活设备检测和信道估计的性能。因此, 联合激活设备检测和信道估计问题(3.2)可以被

重新表述为

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \underbrace{\sum_{n=1}^N [\|(\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}})(n, :)\|_2 \|\mathbf{S}(n, :)\|_2]}_{G(\mathbf{S})} + \frac{\zeta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{S} - \mathbf{V}\|_F^2 \\ & \text{s.t. } \mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times r^e} : \operatorname{rank}(\mathbf{S}) = r^e \end{aligned} \quad (3.21)$$

其中  $(\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}})(n, :)$  是分配给第  $n$  个设备的加权系数。注意等式(3.13)中的向量  $\bar{\mathbf{d}}_i$  可以分为两部分，即  $\tilde{\mathbf{D}} = \{\bar{\mathbf{d}}_1, \bar{\mathbf{d}}_2, \dots, \bar{\mathbf{d}}_{r^e}\}$  和  $\bar{\mathbf{D}} = [\bar{\mathbf{d}}_{r^e+1}, \bar{\mathbf{d}}_{r^e+2}, \dots, \bar{\mathbf{d}}_L]$ ，这两部分分别对应于信号及其正交空间。同理，前导序列矩阵  $\mathbf{A}$  可以被分为  $\mathbf{A}_{\text{ac}} \in \mathbb{C}^{L \times K}$  和  $\mathbf{A}_{\text{na}} \in \mathbb{C}^{L \times (NK)}$ ，这两部分分别对应于激活和静默的设备集合。定义  $\mathbf{d}_i^*$  为实协方差矩阵  $\mathbf{C}$  的特征向量，并且  $\mathbf{D} = \{\mathbf{d}_{r^e+1}^*, \mathbf{d}_{r^e+2}^*, \dots, \mathbf{d}_L^*\}$ ，文献<sup>[119]</sup>已经证明出  $\mathbf{A}_{\text{ac}}^H \mathbf{D} = \mathbf{0}$ 。因此，当  $M \rightarrow \infty$  时，以下关系成立

$$\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{ac}}^H \bar{\mathbf{D}} \\ \mathbf{A}_{\text{na}}^H \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{\text{na}}^H \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

即使基站天线数量有限， $\mathbf{A}_{\text{na}}^H \bar{\mathbf{D}}$  通常比  $\mathbf{A}_{\text{ac}}^H \bar{\mathbf{D}}$  大得多。因此，在问题(3.21)中，本研究点为与更有可能处于激活状态的设备相关联的矩阵元素分配了较小的权重，以达到提高激活设备检测和信道估计精度的目的。

由于固定秩的约束，问题(3.21)是非凸的，而且传统的凸松弛方法不适用于该问题。为了应对这一挑战，本章应用黎曼优化方法，该方法将欧几里得空间中具有秩约束  $\operatorname{rank}(\mathbf{S}) = r^e$  的优化问题投影到流形空间上。一般来说，黎曼优化要求目标函数是光滑的，但问题(3.21)的目标函数是不光滑的，这是由  $G(\mathbf{S})$  的加权  $l_{2,1}$  范数项导致的。为此本小节提出应用对数平滑方法来平滑目标函数。具体来说，本研究点用  $J(\|\mathbf{S}(n, :)\|_2)$  替换  $\|\mathbf{S}(n, :)\|_2$ ，其中

$$J(\|\mathbf{x}\|_2) = \|\mathbf{x}\|_2 - \frac{1}{\theta} \ln(1 + \theta \|\mathbf{x}\|_2), \quad (3.23)$$

这里  $\theta > 0$  是一个可调参数。

**命题3.2.** 函数  $\sum_{n=1}^N J(\|\mathbf{x}_n\|_2)$  是非光滑函数  $\sum_{n=1}^N \|\mathbf{x}_n\|_2$  的光滑近似。

*证明:* 计算  $\ln(1 + \theta \|\mathbf{x}\|_2)$  的麦克劳林级数，对于较小的  $\|\mathbf{x}\|_2$ ，即  $\theta \|\mathbf{x}\|_2 \leq 1$ ，本研究点使用  $\|\mathbf{x}\|_2$  的二阶统计量并忽略其他值较小的项。因此，平滑函数(3.23)趋向于

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_2 - \frac{1}{\theta} \left( \theta \|\mathbf{x}\|_2 - \frac{\theta^2}{2} \|\mathbf{x}\|_2^2 + \frac{\theta^3}{3} \|\mathbf{x}\|_2^3 - \dots \right) \rightarrow \frac{\theta}{2} \|\mathbf{x}\|_2^2, \text{ 当 } \|\mathbf{x}\|_2 \rightarrow 0 \quad (3.24)$$

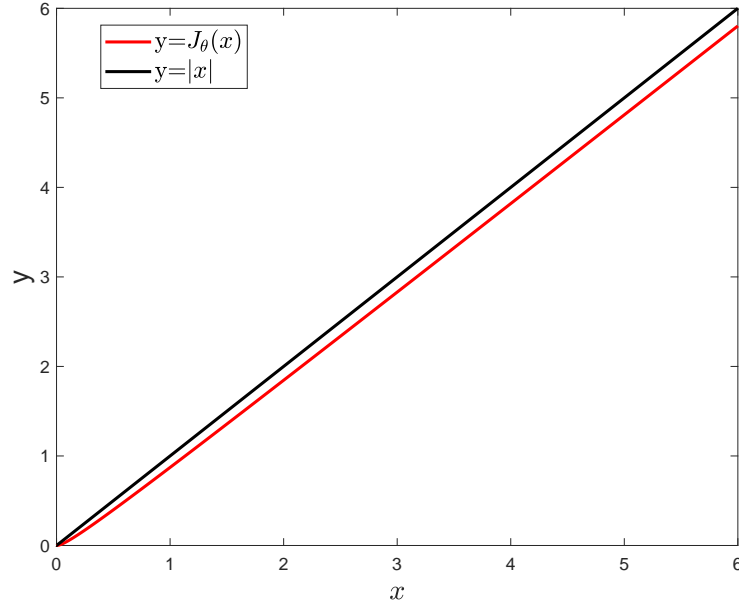


图 3.2 基于对数平滑器的平滑方法的可视化展示

而对于一个相对较大的  $\|\mathbf{x}\|_2$ ，本研究点引入的平滑因子本质上是使用其低阶统计量，这是由于对数项的权重随着变量值的增加而减小。因此，平滑函数(3.23)可以进一步近似为

$$J_\theta(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_2 - \frac{1}{\theta} \ln(1 + \theta \|\mathbf{x}\|_2) \rightarrow \|\mathbf{x}\|_2, \text{ 当 } \|\mathbf{x}\|_2 \rightarrow \infty. \quad (3.25)$$

证明完毕。  $\square$

图3.2和3.3展示了该平滑方法的可视化情况，其中  $\theta = 1/0.039$ ， $x$  表示变量  $\|\mathbf{x}\|_2$ 。通过使用这样一个相对平滑的度量，本研究点可以基于  $\|\mathbf{S}(n, :)\|_2$  逐渐调整问题(3.21)中的原始项  $G(\mathbf{S})$ 。

基于以上分析，问题(3.21)可以转换为

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{S}}{\operatorname{argmin}} \quad & \underbrace{\sum_{n=1}^N [\|(\mathbf{A}^H \overline{\mathbf{D}})(n, :)\|_2 * J(\|\mathbf{S}(n, :)\|_2)]}_{G_\theta(\mathbf{S})} + \frac{\zeta}{2} \|\mathbf{AS} - \mathbf{V}\|_F^2 \\ \text{s.t. } \quad & \mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times r^e} : \operatorname{rank}(\mathbf{S}) = r^e. \end{aligned} \quad (3.26)$$

注意  $G_\theta(\mathbf{S})$  是  $G(\mathbf{S})$  的有效平滑函数，以下定理证明了问题(3.26)可以很好地拟合问题(3.21)。

**定理3.2.** 假设问题(3.21)有一个唯一的  $K$ -行稀疏解。那么，满足  $\theta > \theta_0$  的问题(3.26)也有唯一的  $K$ -行稀疏解，其中  $\theta_0$  为常数。并且当  $\theta \rightarrow \infty$ ，问题(3.26)的解将收敛到问题(3.21)的解。

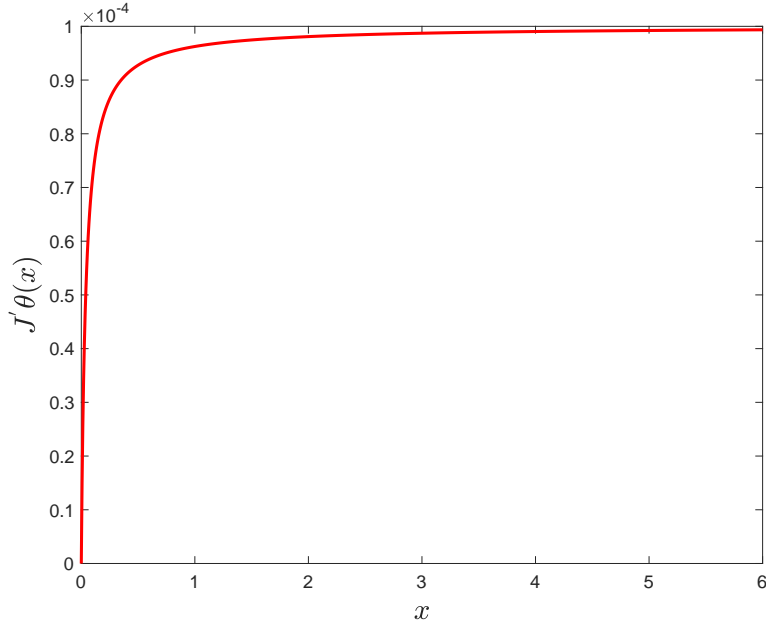


图 3.3 对数平滑器的导数

证明:  $G_\theta(\mathbf{S})$  和  $G(\mathbf{S})$  是可行域上的连续函数。同时,  $G_\theta(\mathbf{S})$  是关于  $\theta$  的递增序列, 即它能逐点收敛到函数  $G(\mathbf{S})$ , 那么根据<sup>[120]</sup>中的命题5.4和注5.5可知,  $G_\theta(\mathbf{S})$  将以Gamma速度收敛至  $G(\mathbf{S})$ 。□

**注3.2.** 所提出的对数平滑方法本质上将具有不同阶次幂的函数以连续的方式组合成单个函数来更新, 从而避免了由分段函数平滑项中的断点所带来的异常, 例如文献<sup>[121]</sup>中介绍的基于Huber函数的分段函数平滑方法会使算法经常处于异常状态。

问题(3.26)可以通过基于黎曼优化的方法解决, 这将在下一节详细讨论。一旦得到问题(3.26)的解 $\hat{\mathbf{S}}$ , 就可以通过 $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{S}}\mathbf{U}$ 恢复出原始设备状态矩阵。然后, 可以通过定义以下激活检测器来检测设备状态。

**定义3.1.** 基于 $\hat{\mathbf{X}}$ , 定义激活检测器如下

$$\chi_k = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \left\| \hat{\mathbf{X}}(k, :) \right\|_2^2 \geq v^2 M \\ 0, & \text{如果 } \left\| \hat{\mathbf{X}}(k, :) \right\|_2^2 < v^2 M \end{cases} \quad (3.27)$$

其中  $v = v_1 \max(\hat{\mathbf{X}}(n, m)), \forall n \in N, m \in M$ ,  $\max(\hat{\mathbf{X}}(n, m))$  表示从  $\hat{\mathbf{X}}$  中提取最大的元素值,  $v_1 = 0.1$  表示信道系数的最小和最大幅度之比。

同时，激活的设备所对应的CSI可以按如下方式估计

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k / \sqrt{\varsigma_k}, \forall k \in \hat{\mathcal{K}}. \quad (3.28)$$

综上所述，所提出的基于降维的联合激活设备检测和信道估计算法（Dimension Reduction-Based JADCE, DR-JADCE）可以描述为算法3.1。

---

**算法 3.1** 基于降维的联合激活设备检测和信道估计算法
 

---

- 1: 输入: 前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ , 接收数据 $\mathbf{Y}$ , 传输功率 $\varsigma_n, \forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$ ;
  - 2: 降维:  $\hat{r} = \underset{r}{\operatorname{argmin}} \operatorname{CM}(r)$ ,  $\mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{V}\mathbf{U}$ ;
  - 3: 激活设备检测: 用3.4节中的算法3.3解决问题(3.26), 以得到 $\mathbf{S}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{S}}$ ;  
恢复原始设备状态矩阵:  $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{S}}\mathbf{U}$ ;  
对 $\hat{\mathbf{X}}$ 的各行应用阈值法:  $\hat{\mathcal{K}} = \left\{ k : \left\| \hat{\mathbf{X}}(k, :) \right\|_2^2 \geq v^2 M \right\}$ ;
  - 4: 信道估计:  $\hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k / \sqrt{\varsigma_k}, \forall k \in \hat{\mathcal{K}}$ ;
  - 5: 输出: 估计出的激活设备的支撑集 $\hat{\mathcal{K}}$ 和估计出的信道矢量 $\hat{\mathbf{h}}_{\hat{\mathcal{K}}}$ 。
- 

**注3.3.** 秩估计可能存在误差，这会影响激活设备检测和信道估计的准确性。幸运的是，正如后面第3.5节中的仿真实验所验证的那样，在短前导序列区域中低估秩时，所提出算法的激活检测误差和信道估计误差对秩估计精度并不敏感。受这些观察的启发，实际系统中即使已知精确的秩，也可以利用更小的秩来进一步降低所提算法的计算复杂度。

### 3.4 基于黎曼优化的JADCE算法

现有黎曼算法不适用于解决复流形上具有非方未知矩阵的问题（3.26）。本节首先对（3.26）在复数域进行转换，然后设计黎曼信赖域算法来解决重构的问题。

#### 3.4.1 问题重构

为了将低维空间的未知设备状态矩阵转换为半正定矩阵以利用特定的商流形，问题(3.26)需要重新表述。具体来说，任何秩为 $r^e$ 的正半定矩阵 $\mathbf{L} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times (N+r^e)}$ 都遵循因式分解 $\mathbf{L} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H$ ，其中 $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e}$ 是列满秩矩阵。利用这个性质，本小节首先定义 $\mathbf{Z} = \left[ \mathbf{J}, \tilde{\mathbf{J}} \right]^T$ ，其中 $\mathbf{J} \in \mathbb{C}^{N \times r^e}$ 和 $\tilde{\mathbf{J}} \in \mathbb{C}^{r^e \times r^e}$ 是列满秩矩阵。然后利用 $\mathbf{S}$ 上的因式分解，

即  $\mathbf{S} = \mathbf{J}\tilde{\mathbf{J}}^H$ ，可以对  $\mathbf{S}$  进行以下提升分解

$$\mathbf{L} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{J}^H & \mathbf{J}\tilde{\mathbf{J}}^H \\ \tilde{\mathbf{J}}\mathbf{J}^H & \tilde{\mathbf{J}}\tilde{\mathbf{J}}^H \end{bmatrix}.$$

除了这个分解，还需引入两个辅助矩阵

$$\bar{\mathbf{P}} = [\mathbf{I}_N \quad \mathbf{0}] \in \mathbb{C}^{N \times (N+r^e)}, \quad (3.29)$$

和

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{r^e} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e}. \quad (3.30)$$

然后，将  $\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H$  的两边同时乘以  $\bar{\mathbf{P}}$  和  $\tilde{\mathbf{P}}$ ，可以得到  $\mathbf{S} = \mathbf{J}\tilde{\mathbf{J}}^H = \bar{\mathbf{P}}\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H\tilde{\mathbf{P}}$ 。基于此，问题(3.26)可以进一步简化为

$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_{\mathbf{Z}} f(\mathbf{Z}) &= \sum_{n=1}^N \left[ \left\| (\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}})(n, :) \right\|_2 * \times J \left( \left\| (\bar{\mathbf{P}}\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H\tilde{\mathbf{P}})(n, :) \right\|_2 \right) \right] + \frac{\zeta}{2} \left\| \mathbf{A}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H\tilde{\mathbf{P}} - \mathbf{V} \right\|_F^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{Z} &\in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e} : \operatorname{rank}(\mathbf{Z}) = r^e \end{aligned} \quad (3.31)$$

接下来，定义一个非紧致的stiefel流形  $\bar{\mathcal{M}} = \{\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e} : \operatorname{rank}(\mathbf{Z}) = r^e\}$ ，它表示维数为  $(N+r^e) \times r^e$  并且各个列相互独立的矩阵的集合。在此基础上，问题(3.31)可以重新改写为复数域的非紧致stiefel流形上的黎曼优化问题。本研究点首先恢复未知矩阵  $\mathbf{Z}$ ，一旦得到问题(3.31)的解  $\hat{\mathbf{Z}}$  后，原始问题的解  $\hat{\mathbf{S}}$  可以通过  $\hat{\mathbf{S}} = \bar{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{Z}}(\hat{\mathbf{Z}})^H\tilde{\mathbf{P}}$  运算提取出来。虽然这个运算将设备状态矩阵的维数从  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times r^e}$  增加到  $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e}$ ，这种变换涉及一系列稀疏矩阵乘法，所以其计算复杂度较低。下面，本研究点将利用(3.31)的特殊几何结构来设计算法。

### 3.4.2 参数的流形几何结构

$\mathbf{L} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H$  的一个关键属性是它在投影  $\mathbf{Z} \mapsto \mathbf{Z}\mathbf{Q}$  上是不变的，其中  $\mathbf{Q} \in \mathcal{U}(r^e) = \{\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{r^e \times r^e} : \mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \mathbf{I}\}$ 。这种对称性来自不变关系式  $\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H = \mathbf{Z}\mathbf{Q}(\mathbf{Z}\mathbf{Q})^H$ 。这意味着对于(3.31)的解  $\mathbf{Z}$ ， $\mathbf{Z}\mathbf{Q}$  也是(3.31)的可行解。为了解决这种不确定性，本小节定义以下等价类

$$[\mathbf{Z}] = \{\mathbf{Z}\mathbf{Q} : \mathbf{Q} \in \mathcal{U}(r^e)\}, \quad (3.32)$$

它将不变性映射编码在一个称为商空间的抽象搜索空间中，表示为

$$\mathcal{M} := \bar{\mathcal{M}}/\mathcal{U}(r^e), \quad (3.33)$$



其中非紧致的stiefel流形 $\overline{\mathcal{M}}$ 被视为总空间。因此，问题(3.31)被重新表述为以下关于等价类(3.32)的无约束优化问题

$$\underset{[\mathbf{Z}] \in \mathcal{M}}{\operatorname{argmin}} f([\mathbf{Z}]). \quad (3.34)$$

通过对以上 $\mathcal{M}$ 空间问题进行优化，可以很好地解决不确定性问题。

为了描述欧几里得空间中的流形，本小节首先利用切线空间将搜索空间线性化。具体来说，在 $\mathbf{Z}$ 处 $\overline{\mathcal{M}}$ 的切线空间由 $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}}$ 给出，这是 $\overline{\mathcal{M}}$ 在 $\mathbf{Z}$ 处的所有切向量的集合<sup>[122]</sup>。然而，由于流形 $\mathcal{M}$ 是一个抽象空间，其切线空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\mathcal{M}$ 的元素需要在总空间 $\overline{\mathcal{M}}$ 用矩阵表示出来。因此，可以将 $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}}$ 分解为以下两个互补空间的和

$$\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}} = \mathcal{V}_{\mathbf{Z}} \oplus \mathcal{H}_{\mathbf{Z}}, \quad (3.35)$$

其中 $\oplus$ 是两个子空间的直接和，垂直空间 $\mathcal{V}_{\mathbf{Z}}$ 表示与等价类 $[\mathbf{Z}]$ 相切的方向，而与等价类集正交的水平空间 $\mathcal{H}_{\mathbf{Z}}$ 为本研究点提供了抽象切线空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\mathcal{M}$ 的有效矩阵表示。在这种情况下，对于任何 $\overline{\xi}_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}}$ ，都存在唯一的水平提升 $\xi_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{H}_{\mathbf{Z}}$ ，而且这个提升满足 $\xi_{\mathbf{Z}} := \Pi_{\mathbf{Z}}^h(\overline{\xi}_{\mathbf{Z}})$ ，其中 $\Pi_{\mathbf{Z}}^h$ 表示在 $\mathbf{Z}$ 点从 $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}}$ 到水平空间 $\mathcal{H}_{\mathbf{Z}}$ 的投影。

图3.4描述了上面的切线空间和黎曼回缩，黎曼回缩将在小节3.4.4中讨论。可以观察到 $\overline{\mathcal{M}}$ 上的黑点 $\mathbf{Z}$ 和 $\mathbf{Z}_1$ 属于与 $\mathbf{Z}$ 相关的解的等价类。它们由商流形 $\mathcal{M}$ 上的单个点 $[\mathbf{Z}]$ 表示。

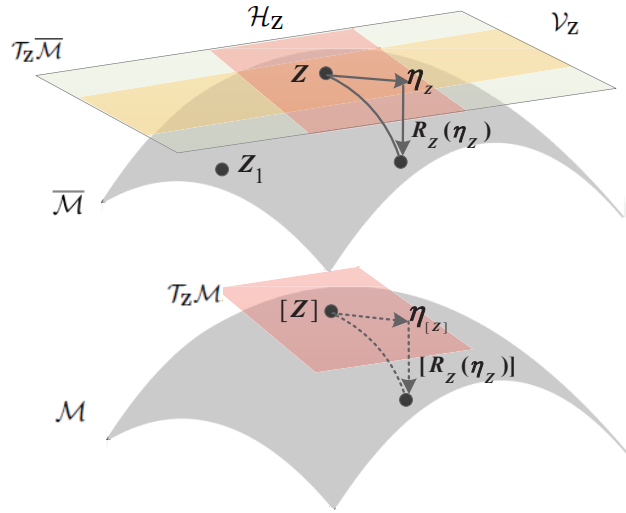


图 3.4 切线空间和黎曼回缩的示意图

现在问题的关键是要找到垂直空间、水平空间和水平投影的表达式。首先定义以下垂直空间 $\mathcal{V}_{\mathbf{Z}}$

$$\mathcal{V}_{\mathbf{Z}} = \{ \mathbf{Z}\mathbf{B} : \mathbf{B}^H = -\mathbf{B}, \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{r^e \times r^e} \}. \quad (3.36)$$

相应地，水平空间可以由以下定义导出

$$\mathcal{H}_{\mathbf{Z}} = \{\xi_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}} : g(\xi_{\mathbf{Z}}, \eta_{\mathbf{Z}}) = 0, \forall \eta_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{V}_{\mathbf{Z}}\}, \quad (3.37)$$

其中 $g(\cdot)$ 表示流形 $\overline{\mathcal{M}}$ 的黎曼度量，它是平滑变化的内积： $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}} \times \mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}} \mapsto \mathbb{R}$ 。本章设置黎曼度量为

$$g_{\mathbf{Z}}(\xi_{\mathbf{Z}}, \eta_{\mathbf{Z}}) = \text{Tr}(\Re(\xi_{\mathbf{Z}}^H \eta_{\mathbf{Z}})) = \frac{1}{2} \text{Tr}(\xi_{\mathbf{Z}}^H \eta_{\mathbf{Z}} + \eta_{\mathbf{Z}}^H \xi_{\mathbf{Z}}), \quad \xi_{\mathbf{Z}}, \eta_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}}, \quad (3.38)$$

黎曼度量等价于将 $\mathbb{C}^{N \times r^e}$ 视为具有规范内积的实数域值 $\mathbb{R}^{2N \times 2r^e}$ 。根据上面的结果，可以得到 $\mathcal{H}_{\mathbf{Z}}$ 和 $\Pi_{\mathbf{Z}}^h$ 的简明表达式。即 $\mathbf{Z}$ 处的水平空间由下式给出

$$\mathcal{H}_{\mathbf{Z}} = \{\xi_{\mathbf{Z}} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e} : \xi_{\mathbf{Z}}^H \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^H \xi_{\mathbf{Z}}\}. \quad (3.39)$$

任意方向 $\bar{\xi}_{\mathbf{Z}}$ 在 $\mathbf{Z}$ 处的水平空间的投影由下式给出

$$\Pi_{\mathbf{Z}}^h(\bar{\xi}_{\mathbf{Z}}) = \bar{\xi}_{\mathbf{Z}} - \mathbf{Z}\mathbf{B}, \quad (3.40)$$

其中 $\mathbf{B}$ 是大小为 $r^e \times r^e$ 的复数矩阵，它是以下李雅普诺夫等式的解

$$\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} \mathbf{B} + \mathbf{B} \mathbf{Z}^H \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^H \bar{\xi}_{\mathbf{Z}} - \bar{\xi}_{\mathbf{Z}}^H \mathbf{Z}. \quad (3.41)$$

证明: 见附录B.3. □

### 3.4.3 黎曼梯度和黎曼黑塞矩阵

本小节使用上一节引入的概念来推导黎曼梯度和黑塞矩阵，以最小化 $\mathcal{M}$ 上的代价函数 $f(\mathbf{Z})$ 。

$f(\mathbf{Z})$ 的黎曼梯度 $\overline{\text{grad}f(\mathbf{Z})}$ 满足以下关系

$$g_{\mathbf{Z}}(\overline{\text{grad}f(\mathbf{Z})}, \xi_{\mathbf{Z}}) = Df(\mathbf{Z})[\xi_{\mathbf{Z}}], \forall \xi_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\overline{\mathcal{M}}, \quad (3.42)$$

其中

$$Df(\mathbf{Z})[\xi_{\mathbf{Z}}] := \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{Z} + t\xi_{\mathbf{Z}}) - f(\mathbf{Z})}{t}, \quad (3.43)$$

是 $f(\mathbf{Z})$ 在 $\xi_{\mathbf{Z}}$ 方向上的方向导数。将(3.31)中定义的目标函数和(3.38)中的黎曼度量代入(3.42)，可以得到

$$\begin{aligned} \overline{\text{grad}f(\mathbf{Z})} &= \frac{\zeta}{2} \bar{\mathbf{P}}^H \mathbf{A}^H (\mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \tilde{\mathbf{P}} - \mathbf{V}) \tilde{\mathbf{P}}^H \mathbf{Z} + \frac{\zeta}{2} \tilde{\mathbf{P}} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \tilde{\mathbf{P}} - \mathbf{V})^H \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \\ &+ \bar{\mathbf{P}}^H \left[ \frac{\|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(1, :)\|_2 \theta \Omega_1^H}{1 + \theta \|\Omega_1\|_2}, \dots, \frac{\|(\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}})(N, :)\|_2 \theta \Omega_N^H}{1 + \theta \|\Omega_N\|_2} \right]^H \tilde{\mathbf{P}}^H \mathbf{Z} \\ &+ \tilde{\mathbf{P}} \left[ \frac{\|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(1, :)\|_2 \theta \Omega_1^H}{1 + \theta \|\Omega_1\|_2}, \dots, \frac{\|(\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}})(N, :)\|_2 \theta \Omega_N^H}{1 + \theta \|\Omega_N\|_2} \right] \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

其中  $\Omega_n = \mathbf{P}_n \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \tilde{\mathbf{P}}$ ,  $\mathbf{P}_n \in \mathbb{C}^{1 \times N}$  是行选择矩阵,  $\mathbf{P}_n$  中除了  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$  处的元素值是 1, 其他元素值均为零。

然后, 黎曼梯度可以由其在  $\overline{\mathcal{M}}$  中的水平提升唯一表示为

$$\text{grad}f(\mathbf{Z}) = \Pi_{\mathbf{Z}}^h \left( \overline{\text{grad}f(\mathbf{Z})} \right). \quad (3.45)$$

为了利用目标函数的二阶信息来摆脱鞍点, 本研究点需要利用  $f(\mathbf{Z})$  的黎曼黑森矩阵。黎曼黑森沿给定方向  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}$  的水平提升具有以下形式

$$\text{Hess}f(\mathbf{Z})[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}] = \Pi_{\mathbf{Z}}^h \left( \lim_{t \rightarrow 0} \left( \overline{\text{grad}f(\mathbf{Z} + t\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}})} - \overline{\text{grad}f(\mathbf{Z})} \right) / t \right). \quad (3.46)$$

现在, 将  $\overline{\text{grad}f(\mathbf{Z})}$  的表达式代入(3.46), 可得

$$\begin{aligned} \text{Hess}f(\mathbf{Z})[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}] &= \Pi_{\mathbf{Z}}^h \left( \frac{\zeta}{2} \left( \bar{\mathbf{P}}^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} (\mathbf{Z} \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^H + \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \mathbf{Z}^H) \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{P}}^H \mathbf{Z} - \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{V}^H \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \tilde{\mathbf{P}} \left( \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} (\mathbf{Z} \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^H + \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \mathbf{Z}^H) \tilde{\mathbf{P}} \right)^H \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} - \bar{\mathbf{P}}^H \mathbf{A}^H \mathbf{V} \tilde{\mathbf{P}}^H \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} + \tilde{\mathbf{P}} \left( \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \tilde{\mathbf{P}} \right)^H \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \bar{\mathbf{P}}^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{P}}^H \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \right) + \left[ \frac{\|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(1, :)\|_2 \theta \tilde{\mathbf{P}} \Omega_1^H}{1 + \theta \|\Omega_1\|_2}, \dots, \frac{\|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(N, :)\|_2 \theta \tilde{\mathbf{P}} \Omega_N^H}{1 + \theta \|\Omega_N\|_2} \right] \bar{\mathbf{P}} \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \right. \\ &\quad \left. + \bar{\mathbf{P}}^H \left[ \frac{\|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(1, :)\|_2 \theta \Omega_1^H}{1 + \theta \|\Omega_1\|_2}, \dots, \frac{\|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(N, :)\|_2 \theta \Omega_N^H}{1 + \theta \|\Omega_N\|_2} \right]^H \tilde{\mathbf{P}}^H \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \right. \\ &\quad \left. + \bar{\mathbf{P}}^H [\Gamma_1^H, \dots, \Gamma_N^H]^H \tilde{\mathbf{P}}^H \mathbf{Z} + \tilde{\mathbf{P}} [\Gamma_1^H, \dots, \Gamma_N^H] \bar{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \right), \end{aligned} \quad (3.47)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_n &= \frac{1}{(1 + \theta \|\Omega_n\|_2)^2} \left( \|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(n, :)\|_2 \theta \Lambda_n (1 + \theta \|\Omega_n\|_2) \right. \\ &\quad \left. - 0.5 \theta \|\Omega_n\|_2^{-1} (\Omega_n \Lambda_n^H + \Lambda_n \Omega_n^H) \|\mathbf{A}^H \bar{\mathbf{D}}(n, :)\|_2 \theta \Omega_n \right), \end{aligned} \quad (3.48)$$

并且

$$\Lambda_n = \mathbf{P}_n \bar{\mathbf{P}} (\mathbf{Z} \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^H + \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \mathbf{Z}^H) \tilde{\mathbf{P}}, \quad (3.49)$$

这里  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。

#### 3.4.4 黎曼信赖域优化算法

有了黎曼梯度和黎曼黑塞矩阵, 需要进一步确定切线空间  $\mathcal{T}_{\mathbf{Z}} \overline{\mathcal{M}}$  中的搜索方向和可以从  $\mathcal{H}_{\mathbf{Z}}$  映射到  $\overline{\mathcal{M}}$  的黎曼回缩方向。在第  $t$  次迭代中, 本小节采用以下有效的回缩, 以确保搜索变量的每次更新都位于流形上。

$$\mathbf{Z}_{t+1} = \mathbf{R}_{\mathbf{Z}}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t) = \mathbf{Z}_t + \alpha_t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t, \quad (3.50)$$

其中 $\alpha_t$ 是步长， $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t \in \mathcal{H}_{\mathbf{Z}}$ 是搜索方向。这种回缩可以提供一种高效的计算方式来选择流形上的曲线移动方向。等式(3.50)可以转化为 $\mathcal{M}$ 上的更新式 $[\mathbf{Z}_{t+1}] = [\mathbf{R}_{\mathbf{Z}}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t)]$ ，如图3.4所示。

利用得到的黎曼梯度和黑塞矩阵，本研究点通过解决以下信任区域子问题来推导出问题(3.50)中的搜索方向 $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t$

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{H}_{\mathbf{Z}}}{\operatorname{argmin}} \quad & m_t(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}) = f_t(\mathbf{Z}) + g_{\mathbf{Z}}(\operatorname{grad} f_t(\mathbf{Z}), \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}) + \frac{1}{2} g_{\mathbf{Z}}(\operatorname{Hess} f_t[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}], \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}) \\ \text{s.t.} \quad & \|\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}\|_g \leq \Delta_t, \end{aligned} \quad (3.51)$$

其中 $\|\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}\|_g = \sqrt{g_{\mathbf{Z}}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}, \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}})}$ ， $\Delta_t$ 是信任区域半径。本章用Steihaug-Toint截断共轭梯度方法<sup>[122]</sup>来近似求解(3.51)，具体细节总结在了算法3.2中。算法3.2包含在算法3.3中，而算法3.3总结了用信赖域牛顿法求解设备状态矩阵的步骤，其中信赖域半径由下式给出

$$\rho_t = \frac{f(\mathbf{Z}_t) - f(\mathbf{R}_{\mathbf{Z}}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t))}{m_t(\mathbf{0}) - m_t(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t)}. \quad (3.52)$$

**注3.4.** 文献<sup>[123]</sup>表明黎曼信赖域算法是全局收敛的，并且具有超线性收敛速度，即它从任何随机初始点开始都会收敛到二阶KKT点。由于目标函数 $f(\mathbf{Z})$ 恰好是满足文献<sup>[123]</sup>中的Lipschitz梯度条件的二次函数，因此算法3.3总能找到一个近似的二阶稳定点。

### 3.4.5 计算复杂度分析

下面，本研究点分析了所提出算法的计算复杂度。

1. 目标函数：每次迭代中，(3.31)中 $f(\mathbf{Z})$ 的复杂度主要来自矩阵乘法，为 $\mathcal{O}(LNr^e)$ 。
2. 黎曼梯度：黎曼梯度的复杂度包括(3.40)中引入的水平投影 $\Pi_{\mathbf{Z}}^h$ 的计算，即 $\mathcal{O}(N(r^e)^2 + (r^e)^3)$ ，以及矩阵乘法的计算，即 $\mathcal{O}(LNr^e)$ 。因此，(3.45)中 $\operatorname{grad} f(\mathbf{Z})$ 的总计算复杂度为 $\mathcal{O}(LNr^e + N(r^e)^2 + (r^e)^3)$ 。
3. 黎曼黑塞矩阵：(3.47)中 $\operatorname{Hess} f(\mathbf{Z})[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}]$ 的整体复杂度为 $\mathcal{O}(LNr^e + N(r^e)^2 + (r^e)^3)$ 。
4. 黎曼度量：黎曼度量 $g_{\mathbf{Z}}(\cdot)$ 的计算复杂度以矩阵乘法为主，其复杂度为 $\mathcal{O}(N(r^e)^2)$ 。
5. 回缩：(3.50)中引入的回缩的计算复杂度为 $\mathcal{O}(Nr^e)$ 。

由以上分析可知，在每次迭代中，求解JADCE问题的流形相关运算的整体计算复杂度为 $\mathcal{O}(LNr^e + N(r^e)^2 + (r^e)^3)$ ，它不随基站天线数量 $M$ 的增加而增长。注意，在实现黎曼信

**算法 3.2** 解决子问题(3.51)的截断共轭梯度算法

- 
- 1: 输入:  $\mathbf{Z}_t, \Delta_t$ , 参数  $\theta, \kappa > 0$ ;
  - 2: 初始化:  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^0 = 0, \boldsymbol{\nu}_0 = \text{grad}f(\mathbf{Z}_t), \boldsymbol{\delta}_0 = -\boldsymbol{\nu}_0, j = 0$ ;
  - 3: **while**  $\|\boldsymbol{\nu}_{j+1}\|_g > \|\boldsymbol{\nu}_0\|_g \min(\|\boldsymbol{\nu}_0\|_g^\theta, \kappa)$  **do**
  - 4:   **if**  $g_{\mathbf{Z}}(\boldsymbol{\delta}_j, \text{Hess}f_t[\boldsymbol{\delta}_j]) \leq 0$  **then**
  - 5:     计算  $\varpi = \text{argmin} m_t(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}})$ , 约束条件是  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} = \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^j + \varpi \boldsymbol{\delta}_j, \|\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}\|_g = \Delta_t$ ;
  - 6:     **return**  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t := \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}$
  - 7:   **end if**
  - 设置  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^{j+1} = \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^j + \mathcal{L} \boldsymbol{\delta}_j$ , 其中  $\mathcal{L} = \|\boldsymbol{\nu}_j\|_g^2 / g_{\mathbf{Z}}(\boldsymbol{\delta}_j, \text{Hess}f_t[\boldsymbol{\delta}_j])$ ;
  - 8:   **if**  $\|\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^{j+1}\|_g \geq \Delta_t$  **then**
  - 9:     计算  $\|\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}\|_g = \Delta_t$  的解  $\varpi$ , 其中  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}} = \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^j + \varpi \boldsymbol{\delta}_j$ ;
  - 10:     **return**  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t := \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}$
  - 11:   **end if**
  - 12:    $\boldsymbol{\nu}_{j+1} = \boldsymbol{\nu}_j + \mathcal{L} \text{Hess}f_t[\boldsymbol{\delta}_j]$ ;
  - 13:    $\beta_{j+1} = \|\boldsymbol{\nu}_{j+1}\|_g^2 / \|\boldsymbol{\nu}_j\|_g^2$ ;
  - 14:    $\boldsymbol{\delta}_{j+1} = -\boldsymbol{\nu}_{j+1} + \beta_{j+1} \boldsymbol{\delta}_j$ ;
  - 15:    $j = j + 1$ ;
  - 16: **end while**
  - 17: 输出:  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t$ .
- 

赖域算法之前, 本研究点也计算了  $r^e \times r^e$  SVD 和秩估计, 但是因为  $r^e$  小于或等于激活的设备数量, 这些计算负担很小。综上所述, 所提出的DR-JADCE 算法计算效率高, 适用于具有海量设备接入的6G 网络。

### 3.5 仿真实验与结果分析

本小节通过数值仿真以验证所提出的DR-JADCE 算法的有效性。本研究点首先验证秩估计的实验结果。设备总数目设置为  $N = 300$ , 实际的秩  $r^e = 30$ , 前导序列长度  $L = 90$ , 参数  $u = 0.6 + 1.2\sqrt{M/L} - 1.2M \ln(1 + \sqrt{L/M})/L$ , 并且  $\beta$  根据<sup>[17]</sup>中的(32)和(33)进行设置。本小节用秩估计的平均值和成功秩恢复的概率  $\Pr(r = r^e)$  来衡量秩估计性能, 每个仿真重复500次。

图3.5 表明, 对于  $M = 256$ , 当前导序列发射功率处于  $-3 \leq p < 1$  dBm 时, 秩估计成

**算法 3.3** 基于降维的联合激活设备检测和信道估计算法 (DR-JADCE)

- 1: 初始化:  $t \leftarrow 0$ ,  $\mathbf{Z}_0, \bar{\Delta} \leftarrow \sqrt{r^e}$ ,  $\Delta_0 \leftarrow 0.125\bar{\Delta}$ ,  $\varrho' \leftarrow 0.1$ , 参数  $\varpi_1$ ;
- 2: **while**  $\|\text{grad}f(\mathbf{Z}_t)\|_F \geq \varpi_1$  **do**
- 3: 应用算法3.2解决(3.51)以得到  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t$ ;
- 4: 根据等式(3.52)设置  $\varrho_t$ ;
- 5: 如果  $\varrho_t \leq 0.25$ , 设置  $\Delta_{t+1} \leftarrow 0.25\Delta_t$ ;
- 6: 如果  $\varrho_t \geq 0.75$ , 并且  $\|\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t\|_g = \Delta_t$ , 设置  $\Delta_{t+1} \leftarrow \min\{2\Delta_t, \bar{\Delta}\}$ ;  
否则设置  $\Delta_{t+1} \leftarrow \Delta_t$ ;
- 7: 如果  $\varrho_t > \varrho'$ , 设置  $\mathbf{Z}_{t+1} = \mathbf{Z}_t + \alpha_t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{Z}}^t$ ;  
否则设置  $\mathbf{Z}_{t+1} = \mathbf{Z}_t$ ;
- 8: 更新  $t \leftarrow t + 1$ ;
- 9: **end while**
- 10: 输出:  $\hat{\mathbf{S}} = \bar{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{Z}}(\hat{\mathbf{Z}})^H\tilde{\mathbf{P}}$  其中  $\hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}_t$ .

功率小于1, 并且秩估计的平均值从19.5到29.5变化。然而, 当  $p \geq 1$  dBm 时, 就足以成功地估计出设备状态矩阵  $\mathbf{X}$  的秩。而对于  $M = 128$ , 准确秩估计的分界点增加为  $p \geq 3.5$  dBm。而且可以观察到, 秩估计成功率随着天线数量  $M$  的增长而增加。

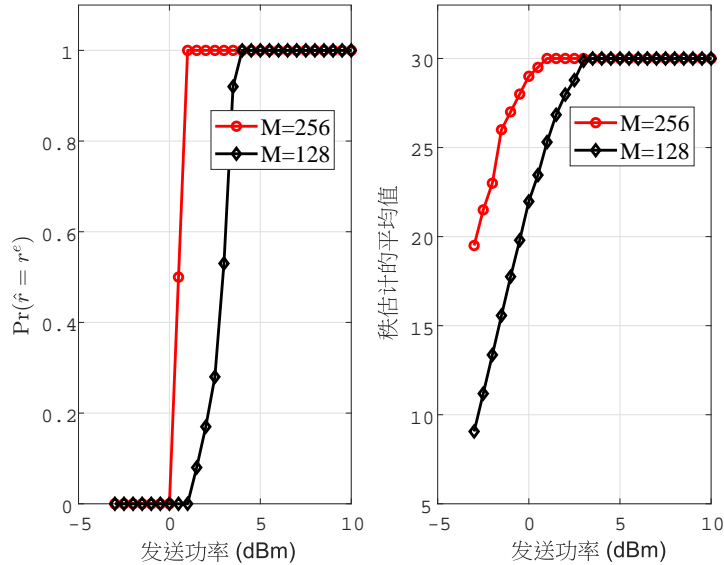


图 3.5 秩估计算法的性能

接下来, 本研究点展示所提出算法的设备检测性能和信道估计性能。作为参考, 本研究点将DR-JADCE 算法与(3.2)中的原始  $l_{2,1}$  最小化方法, 基于协方差的检测方案,

即非负最小二乘法 (Non-Negative Least Squares, NNLS) 估计器、多测量向量 (Multiple Measurement Vectors, MMV) 估计器和最大似然 (Maximum Likelihood, ML) 估计器<sup>[124]</sup>, 联合正交匹配追踪 (Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit, SOMP)<sup>[125]</sup>算法, MMV 形式的AMP算法<sup>[107]</sup>, 以及假设设备状态矩阵的支持集已知的oracle MMSE 算法进行比较。

作为性能衡量标准, 本章使用检测错误率 (Activity Error Rate, AER) 和归一化均方误差 (Normalized Mean Square Error, NMSE)。AER 是漏检概率以及虚警概率的和。信道估计的NMSE 定义为  $10 \log_{10} \frac{\|\hat{\mathbf{X}}_{\mathcal{K}} - \mathbf{X}_{\mathcal{K}}\|_2^2}{\|\mathbf{X}_{\mathcal{K}}\|_2^2}$ , 其中  $\mathbf{X}_{\mathcal{K}}$  用于收集  $\mathbf{X}$  中激活设备所对应的行向量。设置参数  $\theta = 1/0.039$ ,  $\zeta = 8$ 。假设大尺度衰落  $\theta$  为  $-123$  dB, 小尺度衰落系数  $\tilde{\mathbf{h}}_n$  服从均值为零, 方差1的复高斯分布。基站处AWGN 的功率谱密度设置为  $-160$  dBm/Hz, 带宽设置为  $1$  MHz。

首先, 图3.6展示了秩的估计值对AER的影响, 其中  $\varepsilon = 0.1$ ,  $N = 300$ ,  $M = 64$ , 并且  $L = 33$ 。可以看出, 与高前导序列发射功率相比, 低前导序列发射功率情况下, DR-JADCE算法对秩估计值的敏感性降低, 这表明该算法在低前导序列发射功率情况下可以提供更好的秩估计鲁棒性。另外一个重要的发现是当秩估计值小于实际秩时, 所提出的DR-JADCE 算法的检测错误率对秩估计的准确性影响不大。虽然真实的秩和高估秩所对应的AER之间的差距比较大, 但低估秩区域才是本研究点真正感兴趣的, 原因是即使实际秩是已知的, 本研究点也可以使用更小的秩来进一步降低DR-JADCE算法的计算复杂度。

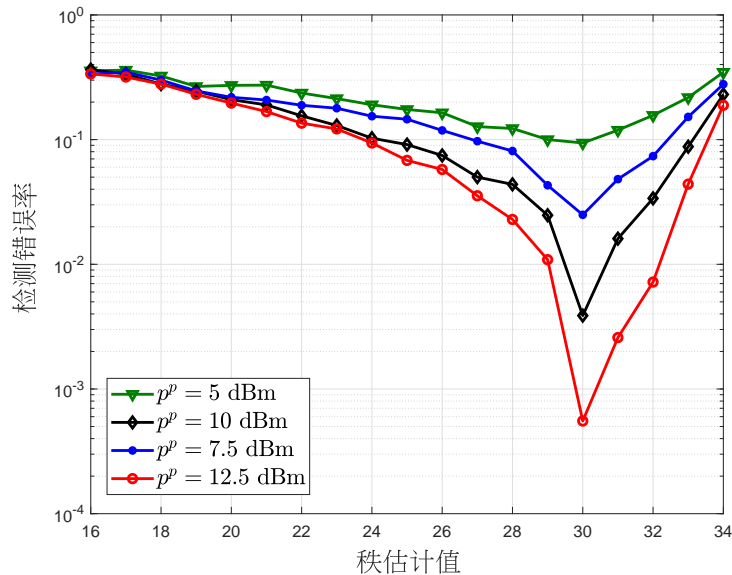


图 3.6 秩估计值  $\hat{r}$  对检测错误率的影响

图3.7 研究了不同长度的前导序列对AER的影响, 其中  $\varepsilon = 0.1$ ,  $N = 400$ ,  $p = 20$  dBm, 并且  $M = 64$ 。可以看出, DR-JADCE 的整体检测错误率低于  $l_{2,1}$  最小化方法、

MMV、NNLS、AMP 和SOMP 算法。换言之，所提出的DR-JADCE 算法需要比其他算法更短的前导序列长度就可以达到与其相同的检测性能。这也验证了注3.1，即基于降维的方法不仅降低了大规模天线阵列设置下的算法计算复杂度，而且由于 $M$  被较小的 $r$ 所代替，还减少了所需的前导序列长度。更重要的是，经过秩估计和降维操作后， $\mathbf{S}$  的完整秩信息被融入到算法中，从而形成了秩已知的检测算法。并且所提出的黎曼优化算法很好地结合了这种非凸列满秩约束，有效地减少JADCE问题解的搜索空间。提出的算法可以从任意初始点以超线性收敛速度收敛到流形上的一阶和二阶KKT 点。所有这些都有效地证明了所提算法的有效性。另外，可以观察到，在检测精度方面，所提出的DR-JADCE 算法比ML 估计器表现差些。但是注意基于ML 协方差的方法需要先检测设备状态，然后根据激活设备检测结果估计信道，而所提出的算法可以简便的同时检测激活的设备和估计相应的信道。

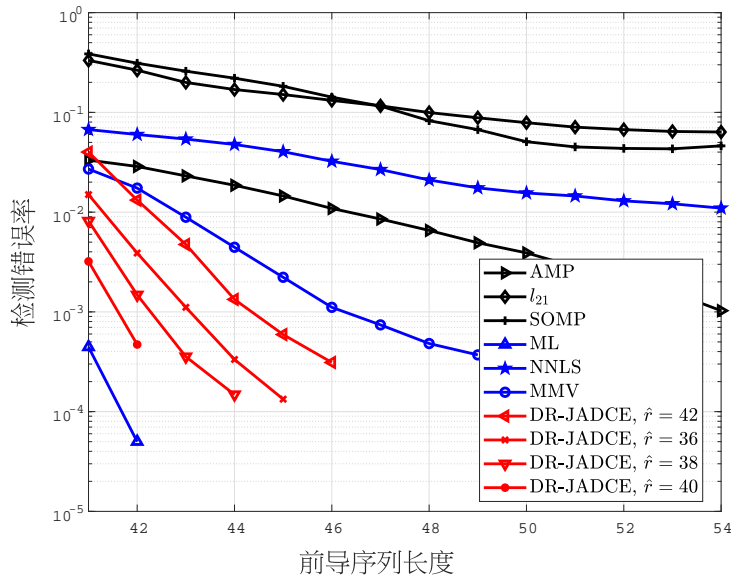


图 3.7 不同前导序列长度 $L$  对检测错误率的影响

图3.8 展示了基站天线数量对检测错误率的影响，其中 $\varepsilon = 0.1$ ， $N = 400$ ， $p = 15$ ，并且 $L = 45$ 。可以看出，在考虑的整个天线数量变化区域上，DR-JADCE 算法提供了比 $l_{2,1}$  最小化、MMV、NNLS、AMP 和SOMP 算法低得多的AER，并且随着基站天线数量的增加，性能差距变得更大。注意本章考虑的是大规模MIMO 机制，这种设置的原因是当基站在6G 网络中配备大型天线阵列时，DR-JADCE 的计算复杂度比基于原始空间的算法降低的更为明显。但是在小型基站天线阵列情况下，比如天线数量 $M$  设置为1，本章所提的算的AER 将会很高，以至于没有实际应用价值。这意味着所提出的RD-JADCE 方案的优越性对于大规模MIMO 系统是显而易见的，恰好大规模MIMO 在6G 大规模接入系统中也是被



广泛应用的技术。

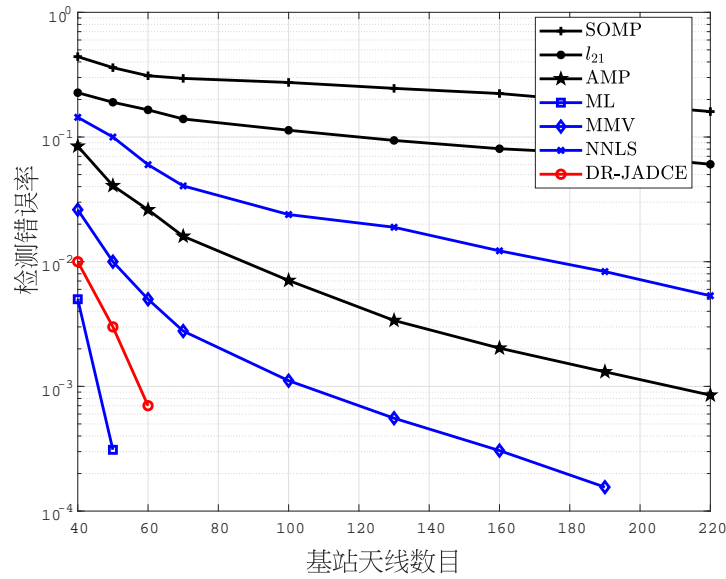


图 3.8 基站天线数量 $M$ 对检测错误率的影响

图3.9 绘制了发射功率对AER的影响，其中 $\varepsilon = 0.1$ ， $N = 400$ ， $M = 64$ ，并且 $L = 45$ 。可以观察到，对于所考虑的前导序列发射功率区间，SOMP 和 $l_{2,1}$  最小化的性能比DR-JADCE 算法差。尽管当 $p < 6$  dBm 时，NNLS 和AMP 算法的性能优于DR-JADCE 算法；当 $p < 9$  dBm 时，MMV 算法的性能优于DR-JADCE 算法。但是当前导序列发射功率增加时，DR-JADCE 算法的检测性能显著提高并优于除了ML算法外的所有基线方案，这表明所提出的算法对干扰受限的mMTC+应用具有非常大的吸引力。

图3.10 展示了设备总数目对AER性能的影响，其中 $K = 100$ ， $p = 15$  dBm， $M = 128$ ，并且 $L = 105$ ，设备总数从200 到1200变化。设置激活设备数目 $K = 100$ ，天线数目 $M = 128$ ，并且前导序列长度 $L = 105$ 。可以直观地看到，和其他基准算法相比，本章提出的DR-JADCE 算法的性能对设备总数变化不敏感，而且提出的DR-JADCE 有着比 $l_{2,1}$  最小化、MMV、NNLS、AMP 和SOMP 算法更低的AER。

为了进一步验证所提出算法的性能。本研究点还对信道估计精度进行了仿真。图3.11 展示了当激活概率 $\varepsilon$ 从0.05 变化到0.2 时，信道估计性能的变化，其中 $p = 20$  dBm， $N = 400$ ， $L = 90$ ， $M = 128$ 。可以观察到，所提出的算法的性能在整个设备激活概率范围内优于SOMP和 $l_{2,1}$ 算法，而且所提出的算法和oracle MMSE 具有相似的性能，这表明所提出的DR-JADCE 算法可以容纳更多的激活设备。此外，所有算法的性能都会随着 $\varepsilon$  的增加而降低。这是因为当系统中有更多设备激活，设备之间的干扰也会增加。

图3.12 展示了前导序列长度对DR-JADCE算法的NMSE 的影响，其中 $\varepsilon = 0.1$ ， $N =$

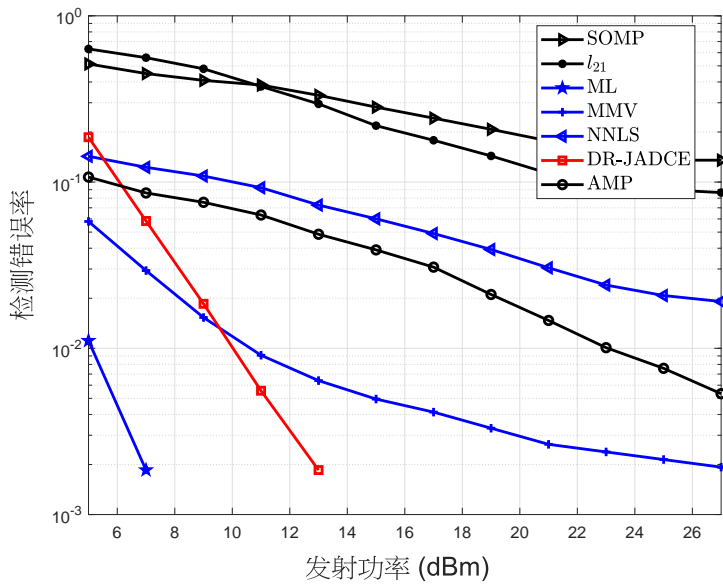


图 3.9 前导序列发射功率 $p$ 对检测错误率的影响

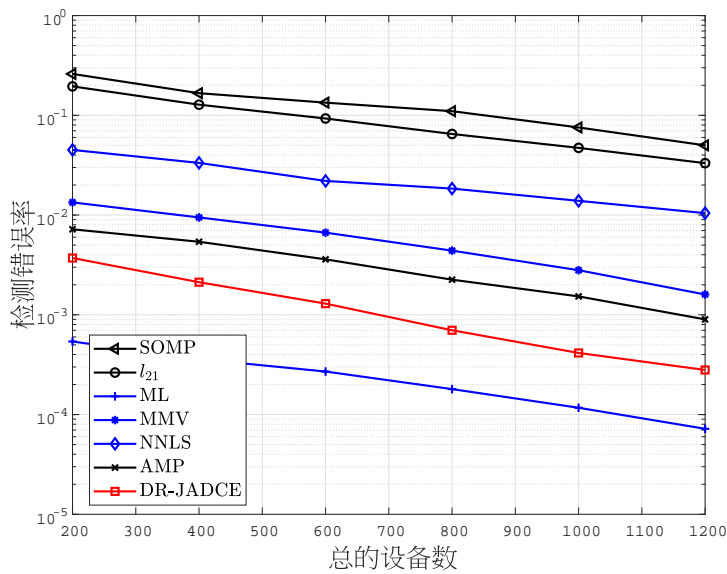


图 3.10 设备总数目对检测错误率的影响

400,  $p = 15$  dBm,  $M = 128$ , 并且真实的秩 $r^e = 40$ 。从该图中可以观察到信道估计性能随着前导序列长度的增加而增加, 并且相比于 $l_{2,1}$  最小化方法和SOMP 算法, DR-JADCE 算法实现了更可观的NMSE 性能。此外, 还可以看出所提出的方法与Oracle MMSE 之间的性能差距很小, 尤其是在前导序列长度较长的情况下。这是因为DR-JADCE算法有效地融入了列满秩信息。从图中可以清楚地观察到低估秩或者高估秩值对NMSE的影响, 即在短前导序列长度区域, 低估秩对CSI 估计误差的影响小于高估秩的情况。但是, 随着前导序

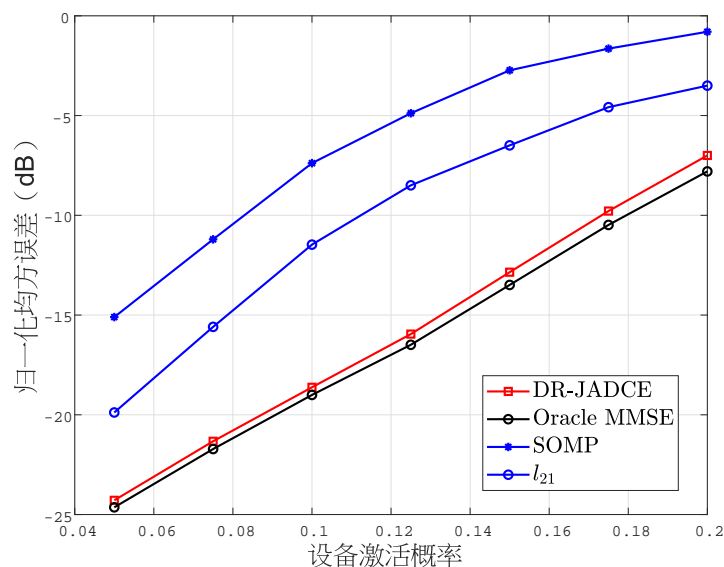


图 3.11 设备激活概率对NMSE的影响

列长度 $L$ 的进一步增加, 具有真实秩的DR-JADCE与高估秩的DR-JADCE之间的NMSE性能差距明显缩小。在图3.12中, 标记了秩估计对信道恢复误差的影响的交叉点。众所周知, 上行信道估计的SINR与前导序列长度成正比。在长前导序列区, 高SINR表明信号强度占优势, 因此即使秩估计大于真实秩值, 在长前导序列区也能准确恢复信道信息, 相反, 低估秩会导致相对较大的估计误差。而在短前导序列区域, 低SINR表明噪声对估计精度的影响更大, 而高估秩会促使更多的噪声被包含在矩阵 $\mathbf{V}$ 内。因此, 低估秩会导致更低的NMSE。注意图3.6和图3.7是在短前导序列长度区域绘制的, 可以看出如果估计的秩大于实际的秩, 则检测性能下降的较为严重。

此外, 为了实现合理准确的上行链路信道估计, 前导序列长度 $L$ 需要大于激活设备的数量 $K$ 。因此, 在短前导序列区域( $K \leq L < K + 6$ ), 即使实际秩是已知的也可以采用较小的秩。在长前导序列区域( $K + 6 \leq L$ ), 可以采用较大的秩估计值, 这样有利于保证DR-JADCE算法的激活设备检测和信道估计的精度。

### 3.6 本章小结

本章研究了基于降维的联合激活设备检测和信道估计问题。首先本章基于基站的接收信号设计了一种设备状态矩阵秩估计方法, 然后为JADCE设计了一种降维方法, 将原始问题投影到低维空间, 且低维空间的转换设备状态矩阵具有列满秩的特性。利用这个特性, 本章提出了一种新颖的具有列满秩约束的JADCE优化问题, 从而减少了求解搜索空间的大

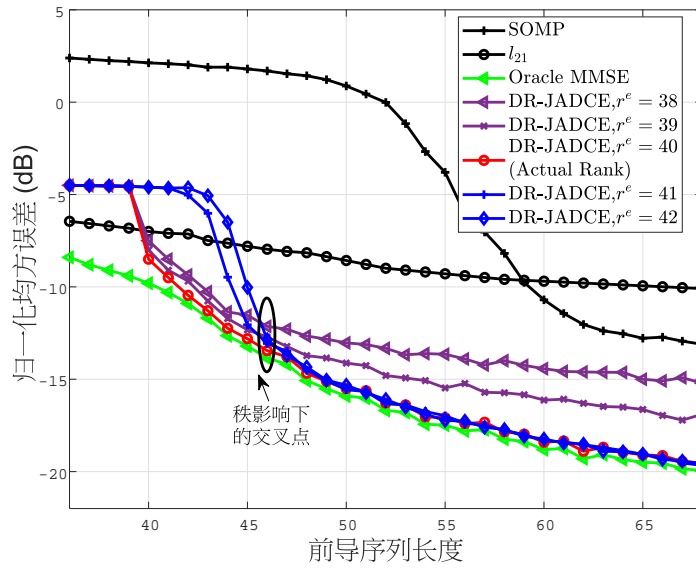


图 3.12 前导序列长度对NMSE的影响

小。接下来，本章针对所得到的目标函数设计了对数平滑方法，并提出了一种新颖的基于黎曼信赖域的JADCE算法，该算法是全局收敛的，并且具有超线性收敛速度，即它从任何随机初始点开始都会收敛到二阶KKT点。而且所提出算法的计算复杂度不会随着基站天线的数量 $M$ 增长而增加。因此，所提出的DR-JADCE算法拥有超高计算效率，适用于具有海量随机设备接入的6G物联网。仿真结果表明，本章所提方案在检测成功率、信道估计精度以及计算复杂度方面具有出色的性能。

## 第四章 基于深度学习的智能激活设备检测和信道估计方案设计

### 4.1 引言

上章结果表明，降维有效地降低了激活设备检测算法的计算复杂度。但是随着6G海陆空全覆盖的发展趋势，设备状态矩阵呈现极其复杂的分布，使得传统的信号处理算法难以适用。深度学习具有较强的数据学习能力，它已成功地应用于计算机视觉、自动语音识别和自然语言处理领域。近年来，机器学习也已经在无线通信中得到了广泛的应用<sup>[126]</sup>，如信道估计、信道反馈和信道编码。在文献<sup>[127]</sup>中，作者提出了一种正交AMP网络(Orthogonal AMP-Net, OAMP-Net)，该网络将深度学习融入到OAMP算法中，可以显著提高MIMO信道的估计性能。文献<sup>[128]</sup>提出了一种基于机器学习的毫米波波束成型方案。而文献<sup>[129]</sup>提出了基于深度学习和压缩感知的信道估计方案。

在联合激活设备检测和信道估计问题上，全连接数据驱动的深度神经网络(Deep Neural Network, DNN)已经被应用到大规模机器通信的系统中<sup>[130;131]</sup>。例如，文献<sup>[130]</sup>将接收器视为黑匣子，并设计了基于深度学习的编码器，用来联合设计测量矩阵与恢复稀疏支撑集。然而，现有的基于深度学习的随机接入方案存在两个问题。首先，训练基于黑匣子的网络需要大量训练时间和庞大的数据集。而且，海量机器通信系统中庞大的潜在设备数目和大规模天线阵列的使用，使得每个训练数据的维数非常高，从而导致基于数据驱动深度学习方法的训练过程消耗时间过高。因为信道和设备激活状态均是时变的，所以数据和时间资源在6G大规模随机接入网络中通常是非常稀缺的。其次，设备状态矩阵的先验知识在现有深度学习算法中并没有得到有效利用。目前大多数工作假设设备状态矩阵服从伯努利-高斯分布，这个假设过于理想。相比之下，模型驱动的深度学习方法可以将通信领域先验知识与深度学习相结合，以减少其对计算资源和训练时间的需求<sup>[127]</sup>。因此如何设计易于实现的激活设备检测算法，在此基础上构建模型驱动的深度神经网络，以实现高效的设备状态检测和信道估计尤为重要。

为了解决这些问题，本章旨在为海量激活设备检测问题设计一个模型驱动的深度神经网络框架。具体而言，本章首先将设备状态矩阵的元素建模为伯努利-高斯混合分布，推导出

了特定的降噪器，以提高检测性能。然后，基于设备状态矩阵的先验分布特征和降噪器，并结合期望最大化（Expectation-maximization, EM）和反向传播技术，本章在深度学习网络中引入了自适应调整模块，来自适应调整AWGN精度并学习设备状态矩阵的分布参数。在此基础上，本章进而设计了一个包括内部网络和外部网络的特征辅助自适应调整的深度学习网络，以联合解决大规模激活设备检测和信道估计问题。最后，大量的仿真结果证实了该算法在大规模免授权随机接入中的有效性。

本章内容安排如下：4.2节简要介绍了系统模型；4.3节提出了一个用于大规模激活设备检测和信道估计的深度学习框架；接下来，4.4节设计了一个特征辅助的自适应调整深度学习网络；4.5节给出数值仿真结果；最后，4.6节总结本章研究内容。

## 4.2 系统模型

本章系统模型和第2章相同，即考虑由配备 $M$ 根天线的基站服务大规模设备随机接入的场景，如图2.1所示。假设系统中有 $N$ 个潜在设备，其中 $K$ 个设备处于激活状态，这些设备构成激活设备集 $\mathcal{K}$ ，因为mMTC+场景中设备的活跃性低，所以通常满足 $K \ll N$ 。激活设备同时向基站发送前导序列，基站处的接收信号 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{L \times M}$ 可以表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{n=1}^N \chi_n \sqrt{\zeta_n} \mathbf{a}_n \mathbf{h}_n^T + \mathbf{E} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{E}. \quad (4.1)$$

其中， $L$ 为前导序列的长度， $\mathbf{E}$ 是AWGN矩阵，其元素服从均值为零、方差为 $\sigma^2$ 的复高斯分布。基于接收到的信号 $\mathbf{Y}$ ，联合激活设备检测和信道估计的任务等效于恢复行稀疏变量 $\mathbf{X}$ 。

## 4.3 一种新型深度学习框架

本研究点所设计的框架旨在解决传统大规模设备检测方法中的两个关键问题。首先，传统的设备检测方法仅适用于瑞利衰落信道<sup>[45]</sup>的场景，这极大地限制了算法的适用性。其次，基于传统信号处理的设备检测方法具有很高的计算复杂度。如图4.1所示，本研究点所提出的大规模免授权随机接入深度学习框架包括四个模块，即降维模块、深度学习网络模块、激活设备检测模块和信道估计模块。下面分别介绍这四个模块。

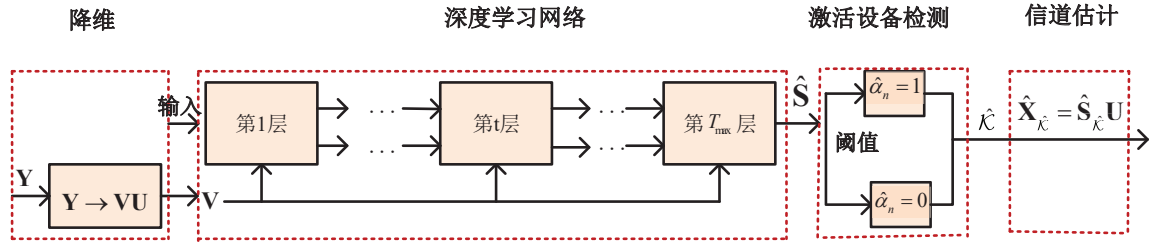


图 4.1 基于深度学习的联合激活设备检测和信道估计框架示意图

### 4.3.1 降维

由第三章的定理3.1可知，在低维空间中构造原始输入-输出模型（4.1）的等价形式为

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{E}_S, \quad (4.2)$$

其中  $\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{U}^H$  是  $K$ -行稀疏和列满秩的， $\mathbf{E}_S = \mathbf{E}_X\mathbf{U}^H$ ， $\mathbf{E}_X$  是融入到信号空间的噪声， $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{L \times r^e}$ ， $\text{rank}(\mathbf{V}) = r^e$ ，并且  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{r^e \times M}$ 。

**引理4.1.** 当  $\mathbf{X}$  是伯努利-高斯混合分布的随机矩阵且  $\mathbf{X}$  的每一行的元素符合 *i.i.d.* 时，矩阵  $\mathbf{S}$  的分布与  $\mathbf{X}$  的分布相同。

*证明:* 对于激活的设备  $k$ ，其变换后的设备状态向量由  $\mathbf{S}(k, :) = \mathbf{X}(k, :)\mathbf{U}^H$  给出。如果设备状态向量  $\mathbf{X}(k, :)$  中的元素服从 *i.i.d.* 高斯混合分布，由关系式  $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$  可知， $\mathbf{X}(k, :)\mathbf{U}^H$  不会改变  $\mathbf{X}(k, :)$  的分布。因此， $\mathbf{S}$  的分布与  $\mathbf{X}$  相同。至此，证明完毕。  $\square$

应用上述降维方案，可以采用低维空间的设备状态矩阵  $\mathbf{S}$  进行激活设备检测和信道估计。由于 6G 无线网络中基站天线的数量是巨大的，降维可以在设备状态矩阵的恢复期间显著地降低计算复杂度。重要的是  $\mathbf{S}$  与  $\mathbf{X}$  具有相同的分布，本章将利用这一特征来提高检测性能。注意与本章不同，第三章中的工作主要应用了低维空间的设备状态矩阵  $\mathbf{S}$  的列满秩属性。

### 4.3.2 深度学习网络

降维后，本研究点使用深度学习网络模块来估计转换后的设备状态矩阵  $\mathbf{S}$ 。一般而言，估计器是根据设备状态矩阵的分布设计的。即使进行了降维， $\mathbf{S}$  也与  $\mathbf{X}$  具有相同的分布。通常情况下，如果信道是瑞利衰落的<sup>[45]</sup>，则  $\mathbf{X}$  是伯努利-高斯分布的。然而，在实际环境

中，信道可能具有不规则的分布。为了增强估计器的鲁棒性，本研究点将 $\mathbf{X}$ 建模为伯努利-高斯混合分布的随机矩阵<sup>[132]</sup>。在此基础上，本研究点设计了一种基于矢量近似消息传递（Vector Approximate Message Passing, VAMP）算法架构的特征辅助的自适应调整的深度学习算法，用于估计低维空间设备状态矩阵。

### 4.3.3 激活设备检测

接下来，给定深度学习网络模块的输出 $\hat{\mathbf{S}}$ ，设备激活状态可以根据阈值法来判决。具体而言，设备激活状态指标的估计值 $\hat{\chi}_k$ 如下：

$$\hat{\chi}_k = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \left\| \hat{\mathbf{S}}(k, :) \right\|_2^2 \geq v^2 r^e \\ 0, & \text{如果 } \left\| \hat{\mathbf{S}}(k, :) \right\|_2^2 < v^2 r^e \end{cases} \quad (4.3)$$

其中 $\hat{\mathbf{S}}$ 是设备状态矩阵的估计， $v^2 r^e$ 是阈值， $v = v_1 \max(|\hat{s}_{nr}|), \forall n \in \{1, \dots, N\}, \forall r \in \{1, \dots, r^e\}$ ， $\max(|\hat{s}_{nr}|)$ 是 $\hat{\mathbf{S}}$ 元素绝对值的最大值。这里， $v_1$ 是根据本章所考虑的信道模型设置的，即设置 $v_1$ 为生成的信道系数的最小和最大幅度的比率，这种设置在文献<sup>[91;133]</sup>中被广泛采用。(4.3)中的阈值意味着如果 $\hat{\mathbf{S}}(k, :)$ 的能量不小于统计意义上的最小元素能量的 $r^e$ 倍，则第 $k$ 个设备被判断为处于激活状态。

### 4.3.4 信道估计

一旦激活的设备被确定，原始的设备状态矩阵的估计值可以通过 $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{S}}\mathbf{U}$ 而获得。相应地，第 $k$ 个激活设备的CSI可以写为

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{X}}(k, :)/\sqrt{s_k}. \quad (4.4)$$

总体而言，所提出的深度学习框架将设备状态矩阵的先验知识与深度学习网络相结合，以提高算法对设备状态矩阵和前导序列矩阵分布的鲁棒性。另外，本研究点的深度学习网络是在降维后运行的，这有效地减少了计算资源和训练时间。在下文中，本研究将具体设计深度学习网络模块，用于复杂信道环境下的联合激活设备检测和信道估计。

## 4.4 特征辅助的自适应调整深度学习网络的设计

本节提出了一种特征辅助的自适应调整深度学习网络，即特征辅助自适应调整深度学习（Feature-Aided Adaptive-Tuning Deep Learning, FAT-DL）网络。该网络利用设备状态矩



阵的先验特征，并结合AWGN精度自适应调整和变量的反向传播特性来恢复转换后的设备状态矩阵。VAMP算法是解决高维设置<sup>[134]</sup>下JADCE问题的强大方法，但是它不能适应JADCE问题的复杂信道设置。在下文中，本研究点首先简要回顾VAMP算法，然后基于改进的VAMP架构设计FAT-DL网络。

#### 4.4.1 VAMP 算法

基于低维接收信号 $\mathbf{V}$ ，矩阵 $\mathbf{S}$ 可以使用VAMP算法<sup>[134]</sup>来恢复。通常，VAMP算法通过并行计算接收信号的每一列并假设设备状态矩阵的分布参数已知来执行激活设备检测。具体而言，VAMP算法是通过矢量值节点的非循环图的近似来完成的。对于低维接收信号 $\mathbf{V}$ ，可以基于以下分解来构造非循环图

$$p(\mathbf{v}_r, \mathbf{s}_r) = p(\mathbf{s}_r) \mathcal{CN}(\mathbf{v}_r; \mathbf{A}\mathbf{s}_r, \sigma^2 \mathbf{I}), \quad (4.5)$$

其中 $\mathbf{v}_r$ 和 $\mathbf{s}_r$ 分别是 $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{S}$ 的第 $r$ 列， $p(\mathbf{s}_r)$ 是 $\mathbf{s}_r$ 的概率密度函数。将 $\mathbf{s}_r$ 拆分为两个相等的变量，即 $\mathbf{s}_{1,r} = \mathbf{s}_{2,r}$ ，可以得到(4.5)的等效分解如下

$$p(\mathbf{v}_r, \mathbf{s}_{1,r}, \mathbf{s}_{2,r}) = p(\mathbf{s}_{1,r}) \delta(\mathbf{s}_{1,r} - \mathbf{s}_{2,r}) \mathcal{CN}(\mathbf{v}_r; \mathbf{A}\mathbf{s}_{2,r}, \sigma^2 \mathbf{I}). \quad (4.6)$$

如算法4.1所述，VAMP可以分为去噪步骤（算法4.1中的步骤3–6）和线性最小均方误差（Linear Minimum Mean Square Error, LMMSE）估计步骤（算法4.1中的步骤7–10），这两个步骤重复操作直到算法收敛为止。

在算法4.1中， $\hat{\mathbf{s}}_{1,r}^t$ 和 $\hat{\mathbf{s}}_{2,r}^t$ 分别是 $\mathbf{s}_{1,r}^t$ 和 $\mathbf{s}_{2,r}^t$ 在第 $t$ 次迭代中的估计值， $\gamma_{1,r}^t$ 和 $\gamma_{2,r}^t$ 是噪声精度， $\mathbf{u}_{1,r}^t$ 和 $\mathbf{u}_{2,r}^t$ 等价于在真实信号 $\mathbf{s}_r$ 中掺杂AWGN后的信号，即 $\mathbf{u}_{1,r}^t = \mathbf{s}_r + \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}/\gamma_{1,r}^t)$ ， $\mathbf{u}_{2,r}^t = \mathbf{s}_r + \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}/\gamma_{2,r}^t)$ 。 $\mathbf{g}_{1,r}(\cdot)$ 是降噪器： $\mathbb{C}^{N \times 1} \rightarrow \mathbb{C}^{N \times 1}$ ，而 $\mathbf{g}_{2,r}(\cdot)$ 是 $\mathbf{s}_{2,r}$ 的LMMSE估计量。 $\mathbf{g}'_{1,r}(\cdot)$ 和 $\mathbf{g}'_{2,r}(\cdot)$ 分别是 $\mathbf{g}_{1,r}(\cdot)$ 和 $\mathbf{g}_{2,r}(\cdot)$ 的一阶导数。

文献<sup>[134]</sup>表明，当 $\mathbf{A}$ 是一个右正交不变的随机矩阵并且维数足够大时，VAMP的降噪器和LMMSE估计器在每次迭代中的状态可以通过标量状态演化来预测。这是因为右正交不变矩阵 $\mathbf{A}$ 可分解为任意奇异值和任意左奇异向量，使得VAMP对 $\mathbf{A}$ 的分布具有鲁棒性。但是，在用于海量激活设备检测时，仍然存在两个问题。首先，传统的VAMP算法假设分布参数是已知的，并且假设设备状态矩阵是伯努利-高斯分布的随机矩阵。然而，在实际的大规模MIMO系统<sup>[132;135–138]</sup>中，建模设备状态矩阵服从伯努利-高斯混合分布的随机矩阵更为合理。其次，当分布参数不完全已知时， $\mathbf{u}_{1,r}$ 中的AWGN精度不等于 $\gamma_1$ ，这可能导致VAMP算法产生严重的性能损失。

**算法 4.1 VAMP 算法**

- 1: 初始化:  $\mathbf{u}_{1,r}^0$  和  $\gamma_{2,r}^0$ ;
- 2: **for**  $t = 0, \dots, T_{\max}$  **do**
- 3:  $\forall r : \hat{\mathbf{s}}_{1,r}^t = \mathbf{g}_{1,r}(\mathbf{u}_{1,r}^t, \gamma_{1,r}^t)$ ;
- 4:  $\forall r : 1/\eta_{1,r}^t = \langle \mathbf{g}'_{1,r}(\mathbf{u}_{1,r}^t, \gamma_{1,r}^t) \rangle_a / \gamma_{1,r}^t$ ;
- 5:  $\forall r : \gamma_{2,r}^t = \eta_{1,r}^t - \gamma_{1,r}^t$ ;
- 6:  $\forall r : \mathbf{u}_{2,r}^t = (\eta_{1,r}^t \hat{\mathbf{s}}_{1,r}^t - \gamma_{1,r}^t \mathbf{u}_{1,r}^t) / \gamma_{2,r}^t$ ;
- 7:  $\forall r : \hat{\mathbf{s}}_{2,r}^t = \mathbf{g}_{2,r}(\mathbf{u}_{2,r}^t, \gamma_{2,r}^t)$ ;
- 8:  $\forall r : 1/\eta_{2,r}^t = \langle \mathbf{g}'_{2,r}(\mathbf{u}_{2,r}^t, \gamma_{2,r}^t) \rangle_a / \gamma_{2,r}^t$ ;
- 9:  $\forall r : \gamma_{1,r}^{t+1} = \eta_{2,r}^t - \gamma_{2,r}^t$ ;
- 10:  $\forall r : \mathbf{u}_{1,r}^{t+1} = (\eta_{2,r}^t \hat{\mathbf{s}}_{2,r}^t - \gamma_{2,r}^t \mathbf{u}_{2,r}^t) / \gamma_{1,r}^{t+1}$ ;
- 11: **end for**

## 4.4.2 伯努利-高斯混合分布

为了解决上述问题，本研究点考虑设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 的分布参数未知的实际情况，并将 $\mathbf{X}$ 建模为伯努利-高斯混合分布随机矩阵。本小节假设 $\mathbf{X}$ 的每一行的元素为i.i.d.的，注意 $\mathbf{X}$ 不同行的分布参数是不同的。在配有大规模基站天线阵列的实际场景中<sup>[135]</sup>，这是一般且准确的假设。由于低维空间的设备状态矩阵 $\mathbf{S}$ 与原始设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ 具有相同的分布，所以低维空间的设备状态矩阵的分布可以具体表示为

$$p(\mathbf{S}) = \prod_{n=1}^N \prod_{r=1}^{r^e} (1 - \epsilon_{nr}) \delta(s_{nr}) + \epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} \mathcal{CN}(s_{nr}; 0, \vartheta_{nj}^2), \quad (4.7)$$

其中 $\delta(\cdot)$ 是Dirac函数， $0 < \epsilon_{nr} < 1$ 是稀疏比，即 $s_{nr}$ 非零的概率， $\vartheta_{nj}^2$ 表示第 $j$ 个分量的方差， $q_{nj} > 0$ 为第 $j$ 个加权系数，且满足 $\sum_{j=1}^J q_{nj} = 1$ ，其中 $J$ 是混合成分的数目。因此，变换后的设备状态矩阵 $\mathbf{S}$ 是由未知参数 $\epsilon_{nr}$ ， $\boldsymbol{\Omega} = [\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_n^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_N^T]^T$ 和 $\boldsymbol{\theta}_n = [q_{n1}, q_{n2}, \dots, q_{nJ}, \vartheta_{n1}^2, \vartheta_{n2}^2, \dots, \vartheta_{nJ}^2]$ 来表征的。注意设备状态矩阵中元素 $x_{nm}$ 和低维空间的设备状态矩阵中的元素 $s_{nr}$ 具有相同数量的混合分量 $J$ 。 $\boldsymbol{\Omega}$ 中的未知参数控制着激活检测算法的准确性和收敛性。本研究点虽然进行了降维，但寻找最优分布参数仍然具有很高的计算复杂度。事实上，这些参数可以通过有限数量的训练数据来学习，这将在下一小节中介绍。

基于伯努利-高斯混合分布模型，本研究点首先提出一种基于深度学习的MMSE估计器来解决低维空间的设备状态矩阵恢复问题。具体而言，基于低维接收信号 $\mathbf{V}$ 和学习到

的 $\hat{\Omega}$ ,  $\mathbf{S}$ 的MMSE估计量可以写为

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbb{E}[\mathbf{S}|\mathbf{V}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega}], \quad (4.8)$$

其中 $\hat{\epsilon}$ 是 $\epsilon$ 的估计值,  $\epsilon$ 是由 $\epsilon_{nr}, r = 1, 2, \dots, r^e, n = 1, 2, \dots, N$ 组成的, 期望是针对以下后验概率密度进行计算的

$$p(\mathbf{S}|\mathbf{V}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega}) = \frac{p(\mathbf{S}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega})p(\mathbf{V}|\mathbf{S}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega})}{p(\mathbf{V}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega})}, \quad (4.9)$$

其中等式(4.9)中的 $p(\mathbf{V}|\mathbf{S}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega})$ 和 $p(\mathbf{S}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega})$ 可以沿着 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{V}$ 的列分别解耦为

$$p(\mathbf{V}|\mathbf{S}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega}) = \prod_{r=1}^{r^e} p(\mathbf{v}_r|\mathbf{s}_r; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega}),$$

和

$$p(\mathbf{S}; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega}) = \prod_{r=1}^{r^e} p(\mathbf{s}_r; \hat{\epsilon}, \hat{\Omega}).$$

显然, 本研究点的目的是从含噪信号 $\mathbf{V}$ 中计算 $\mathbf{S}$ 的MMSE估计。在这种情况下, 需要基于(4.8)为算法4.1设计一个特定的降噪器, 并提供参数值 $\hat{\Omega}$ 和 $\hat{\epsilon}$ 用于更新变换设备状态矩阵的估计值。

#### 4.4.3 特定降噪器的设计

算法4.1的步骤3中的降噪器及其在步骤4中的导数可以基于(4.7)-(4.9)专门设计, 以用于大规模设备检测。根据统计信号处理理论和MMSE原理, 算法4.1中 $\hat{s}_{1,nr}$ 的逐元素伯努利-高斯混合降噪器计算如下

$$\begin{aligned} \hat{s}_{1,nr} &= g_{1,nr}(u_{1,nr}; \epsilon_{nr}, \gamma_{1,r}, \boldsymbol{\theta}_n) = \mathbb{E}[s_{nr}|u_{1,nr}; \epsilon_{nr}, \gamma_{1,r}, \boldsymbol{\theta}_n] \\ &= \frac{\int s_{nr} p\left(u_{1,nr}|s_{nr}; \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right) p(s_{nr}; \epsilon_{nr}, \boldsymbol{\theta}_n) ds_{nr}}{\int p\left(u_{1,nr}|s_{nr}; \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right) p(s_{nr}; \epsilon_{nr}, \boldsymbol{\theta}_n) ds_{nr}}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

其中 $u_{1,nr}$ 表示向量 $\mathbf{u}_{1,r}$ 的第 $n$ 个元素。对于VAMP算法, 降噪器的输入, 即 $u_{1,nr}$ , 可以建模为

$$u_{1,nr} = s_{nr} + z, \quad (4.11)$$

其中 $z$ 是遵循分布 $\mathcal{CN}(0, 1/\gamma_{1,r})$ 的AWGN标量<sup>[134]</sup>。基于以上分析, 可得

$$p\left(u_{1,nr}|s_{nr}; \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right) = \mathcal{CN}\left(u_{1,nr}; s_{nr}, \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right). \quad (4.12)$$

根据(4.7)中的分布规律,  $s_{nr}$ 的分布可以写成

$$p(s_{nr}; \epsilon_{nr}, \boldsymbol{\theta}_n) = (1 - \epsilon_{nr})\delta(s_{nr}) + \epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} \mathcal{CN}(s_{nr}; 0, \vartheta_{nj}^2). \quad (4.13)$$

将(4.12)和(4.13)中定义分布代入表达式 $p(u_{1,nr}|s_{nr}; \frac{1}{\gamma_{1,r}})p(s_{nr}; \epsilon_{nr}, \boldsymbol{\theta}_n)$ 中, 并进行一些简单计算, 可以得到

$$\begin{aligned} & p\left(u_{1,nr}|s_{nr}; \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right) p(s_{nr}; \epsilon_{nr}, \boldsymbol{\theta}_n) \\ &= \left( (1 - \epsilon_{nr})\delta(s_{nr}) + \epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} \mathcal{CN}(s_{nr}; 0, \vartheta_{nj}^2) \right) \mathcal{CN}\left(u_{1,nr}; s_{nr}, \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right) \\ &= \epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} \mathcal{CN}\left(u_{1,nr}; 0, \vartheta_{nj}^2 + \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right) \mathcal{CN}\left(s_{nr}; \frac{\vartheta_{nj}^2 u_{1,nr}}{b_{nj}}, \frac{\frac{1}{\gamma_{1,r}} \vartheta_{nj}^2}{b_{nj}}\right) \\ &+ (1 - \epsilon_{nr})\delta(s_{nr}) \mathcal{CN}\left(u_{1,nr}; s_{nr}, \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right), \end{aligned} \quad (4.14)$$

其中

$$b_{nj} = \vartheta_{nj}^2 + \frac{1}{\gamma_{1,r}}. \quad (4.15)$$

将(4.14)代入(4.10)后, 基于伯努利-高斯混合分布的降噪器可以简化为

$$g_{1,nr}(u_{1,nr}; \epsilon_{nr}, \gamma_{1,r}, \boldsymbol{\theta}_n) = \frac{\epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} \frac{\vartheta_{nj}^2 u_{1,nr}}{b_{nj}} C_{0,nj}}{\epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} C_{0,nj} + (1 - \epsilon_{nr}) C_{1,n}}, \quad (4.16)$$

其中

$$C_{0,nj} = \mathcal{CN}(u_{1,nr}; 0, b_{nj}), \quad (4.17)$$

和

$$C_{1,n} = \mathcal{CN}\left(u_{1,nr}; 0, \frac{1}{\gamma_{1,r}}\right). \quad (4.18)$$

那么,  $g_{1,nr}(\cdot)$ 的一阶导数可以计算为

$$\begin{aligned} g'_{1,nr}(u_{1,nr}; \epsilon_{nr}, \gamma_{1,r}, \boldsymbol{\theta}_n) &= \frac{\epsilon_{nr} \left( \sum_{j=1}^J q_{nj} \frac{\vartheta_{nj}^2}{b_{nj}} C_{0,nj} - \sum_{j=1}^J q_{nj} \frac{\vartheta_{nj}^2 u_{1,nr}}{b_{nj}} C_{0,nj} \frac{u_{1,nr}}{b_{nj}} \right)}{\epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} C_{0,nj} + (1 - \epsilon_{nr}) C_{1,n}} \\ &+ \frac{\sum_{j=1}^J \frac{q_{nj} \epsilon_{nr} \vartheta_{nj}^2 u_{1,nr} C_{0,nj}}{b_{nj}}}{\left( \epsilon_{nr} \sum_{j=1}^J q_{nj} C_{0,nj} + (1 - \epsilon_{nr}) C_{1,n} \right)^2} \left( \sum_{j=1}^J \frac{q_{nj} \epsilon_{nr} u_{1,nr} C_{0,nj}}{b_{nj}} + \frac{(1 - \epsilon_{nr}) u_{1,nr} C_{1,n}}{\frac{1}{\gamma_{1,r}}} \right). \end{aligned} \quad (4.19)$$

与现有的高斯降噪器<sup>[46,98]</sup>相比,所提出的伯努利-高斯混合降噪器考虑了设备状态矩阵的先验知识,可以进一步提高检测性能。下面,本研究点将基于(4.16)和(4.19)设计FAT-DL网络。

#### 4.4.4 网络自适应调整模块的设计

为了进一步提高性能,本小节设计了一个自适应调整模块,即通过结合EM和反向传播来自适应调整噪声精度并学习表达式(4.8)中的参数。正如4.4.1节中所提到的, $\mathbf{u}_{1,r}^t$ 相当于真实信号 $\mathbf{s}_r$ 中加入了AWGN精度 $\gamma_{1,r}^t$ ,即 $\mathbf{u}_{1,r}^t = \mathbf{s}_r + \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}/\gamma_{1,r}^t)$ 。当深度学习网络学到的变量 $\Omega$ 不准确时,AWGN精度不等于 $\gamma_{1,r}^t$ ,这会影响 $\hat{\mathbf{s}}_1^t$ 的估计准确度。因此,本研究点提出通过结合反向传播来自适应地调整精度 $\gamma_1^t = [\gamma_{1,1}^t, \dots, \gamma_{1,r^e}^t]^T$ 。具体而言,基于统计模型 $\mathbf{u}_{1,r}^t$ 和 $\mathbf{s}_r$ 的分布特征,可得出如下所示的最大似然估计量

$$\{\gamma_1^t, \epsilon^t\} = \underset{\gamma_1}{\operatorname{argmax}} p(\mathbf{U}_1^t; \epsilon, \gamma_1, \Omega), \quad (4.20)$$

其中, $\Omega$ 是通过反向传播学习而得到的, $\mathbf{U}_1^t$ 是收集 $\mathbf{u}_{1,r}^t$ 的矩阵。基于在第 $\tau$ 层(内层迭代索引)中学习到的 $\Omega^\tau$ ,可以使用以下内部EM迭代方法来解决(4.20)

$$\begin{aligned} \gamma_1^{\tau+1} &= \underset{\gamma_1}{\operatorname{argmax}} \mathbb{E}[\ln p(\mathbf{S}, \mathbf{U}_1^t; \epsilon, \gamma_1, \Omega) | \mathbf{U}_1^t; \epsilon^\tau, \gamma_1^\tau, \Omega^\tau] \\ &= \underset{\gamma_1}{\operatorname{argmax}} \{ \mathbb{E}[\ln p(\mathbf{S}; \epsilon, \Omega) | \mathbf{U}_1^t; \epsilon^\tau, \gamma_1^\tau, \Omega^\tau] \\ &\quad + \mathbb{E}[\ln p(\mathbf{U}_1^t | \mathbf{S}; \gamma_1) | \mathbf{U}_1^t; \epsilon^\tau, \gamma_1^\tau, \Omega^\tau] \}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

保持关于外部迭代索引 $t$ 的变量不变,省略(4.21)中与参数向量 $\gamma_1^\tau$ 无关的项,可以得到

$$\gamma_1^{\tau+1} = \underset{\gamma_1}{\operatorname{argmax}} \sum_{r=1}^{r^e} \mathbb{E}[\ln p(\mathbf{u}_{1,r}^t | \mathbf{s}_r; \gamma_{1,r}) | \mathbf{u}_{1,r}^t; \epsilon^\tau, \gamma_{1,r}^\tau, \Omega^\tau].$$

将 $\gamma_1^\tau$ 解耦成元素的形式,即 $\gamma_{1,r}^\tau$ ,可得

$$\begin{aligned} \gamma_{1,r}^{\tau+1} &= \underset{\gamma_{1,r}}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{N \ln \gamma_{1,r} - \gamma_{1,r} \mathbb{E} \left[ \|\mathbf{s}_r - \mathbf{u}_{1,r}^t\|_2^2 | \mathbf{u}_{1,r}^t; \epsilon^\tau, \gamma_{1,r}^\tau, \Omega^\tau \right]}{2} \right\} \\ &= N \left( \mathbb{E} \left[ \|\mathbf{s}_r - \mathbf{u}_{1,r}^t\|_2^2 | \mathbf{u}_{1,r}^t; \epsilon^\tau, \gamma_{1,r}^\tau, \Omega^\tau \right] \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{1}{N} \|\hat{\mathbf{s}}_{1,r}^\tau - \mathbf{u}_{1,r}^t\|_2^2 + 1/\eta_{1,r}^\tau \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

其中 $\hat{\mathbf{s}}_{1,r}^\tau$ 和 $1/\eta_{1,r}^\tau$ 可以分别通过(4.26)和(4.27)计算。同理, $\epsilon$ 可以通过求解以下问题得到

$$\epsilon^{\tau+1} = \underset{\epsilon}{\operatorname{argmax}} \mathbb{E}[\ln p(\mathbf{S}; \epsilon, \Omega) | \mathbf{U}_1^t; \epsilon^\tau, \gamma_1^\tau, \Omega^\tau]. \quad (4.23)$$

对于LMMSE估计器中的 $\hat{\mathbf{s}}_{2,r}$ ，消息传递规则表明它是 $\hat{\mathbf{s}}_{2,r} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{s}_2; \mathbf{u}_{2,r}, \gamma_{2,r}^{-1} \mathbf{I}) \mathcal{CN}(\mathbf{v}_r; \mathbf{A} \mathbf{s}_2, \sigma^2 \mathbf{I})$ 的期望值。而前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 在第 $t$ 次迭代中通过公式 $\mathbf{A}^t \triangleq \mathbf{A} \text{diag}(\boldsymbol{\beta}^t)$ 来更新，这里 $\boldsymbol{\beta}^t = [\beta_1^t, \beta_2^t, \dots, \beta_N^t]$ 的引入是为了获得更准确的估计值。具体而言，参数 $\beta_n^t$ 用于缩放前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 $n$ 列的功率。注意在基于深度学习的AMP (Learned Approximate Message Passing, LAMP) [139]算法中，前导序列矩阵的缩放规则是矩阵 $\mathbf{A}$ 的所有元素随着层数 $t$ 而更新，由此可见，所提出的方案相比于LAMP算法，可以减少 $L$ 倍的内存存储空间和训练复杂度。

接下来，使用标准的期望计算，可以得到

$$\hat{\mathbf{s}}_{2,r} = \left( \frac{1}{\sigma^2} \text{diag}(\boldsymbol{\beta})^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \text{diag}(\boldsymbol{\beta}) + \gamma_{2,r} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \left( \gamma_{2,r} \mathbf{u}_{2,r} + \frac{1}{\sigma^2} \text{diag}(\boldsymbol{\beta})^H \mathbf{A}^H \mathbf{v}_r \right). \quad (4.24)$$

然后，对等式(4.24)求导并求其经验平均，得到

$$\left\langle \mathbf{g}'_{2,r}(\mathbf{u}_{2,r}; \gamma_{2,r}, \boldsymbol{\beta}) \right\rangle_{\mathbf{a}} = \frac{\gamma_{2,r}}{N} \text{tr} \left[ \left( \frac{1}{\sigma^2} \text{diag}(\boldsymbol{\beta})^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \text{diag}(\boldsymbol{\beta}) + \gamma_{2,r} \mathbf{I} \right)^{-1} \right]. \quad (4.25)$$

基于以上分析，本研究点提出一个基于深度学习的JADCE网络，该网络是基于本研究点所设计的降噪器和自适应调整模块而搭建的，该网络用于联合学习未知的分布参数并将学习到的分布参数应用于激活设备状态的检测中。具体而言，设计的FAT-DL网络包含一个内部网络和一个外部网络。外部网络由 $T_{\max}$ 个级联层组成，每层都有相同的架构，但可训练的参数不同。对于外部网络的第 $t$ 层，输入是来自第 $(t-1)$ 层的估计值 $\mathbf{u}_{1,r}^t$ 和 $\gamma_{1,r}^t$ ，输出变量为 $\mathbf{u}_{1,r}^{t+1}$ 和 $\gamma_{1,r}^{t+1}$ 。内部网络由 $\tau_{\max}$ 个级联层组成，每层都有相同的架构，但可训练的参数不同。对于内部网络的第 $\tau$ 层，输入是来自第 $(\tau-1)$ 层的估计值 $\gamma_{1,r}^{\tau}$ ，并且输出变量是 $\gamma_{1,r}^{\tau+1}$ 。综上所述，FAT-DL网络的第 $t$ 个外层网络更新为(4.26)-(4.38)，其中内层网络，即精度自适应调整模块，在 $\tau = 1, \dots, \tau_{\max}$ 内重复迭代，如公式(4.26)-(4.30)所示

$$\hat{\mathbf{s}}_{1,nr}^{\tau} = \frac{\epsilon_{nr}^{\tau} \sum_{j=1}^J q_{nj}^{\tau} \frac{\vartheta_{nj}^{2,\tau} u_{1,nr}^t}{b_{nj}^{\tau}} C_{0,nj}^{\tau}}{\epsilon_{nr}^{\tau} \sum_{j=1}^J q_{nj}^{\tau} C_{0,nj}^{\tau} + (1 - \epsilon_{nr}^{\tau}) C_{1,n}^{\tau}}, \forall r, n, \quad (4.26)$$

$$1/\eta_{1,r}^{\tau} = \langle g'_{1,nr}(\mathbf{u}_{1,r}^t; \epsilon_{nr}^{\tau}, \gamma_{1,r}^{\tau}, \boldsymbol{\theta}_n^{\tau}) \rangle_{\mathbf{a}} / \gamma_{1,r}^{\tau}, \forall r, n, \quad (4.27)$$

$$\gamma_{1,r}^{\tau} = \left( \frac{1}{N} \|\hat{\mathbf{s}}_{1,r}^{\tau} - \mathbf{u}_{1,r}^t\|_2^2 + 1/\eta_{1,r}^{\tau} \right)^{-1}, \forall r, \quad (4.28)$$

$$\epsilon_{nr}^{\tau} = \frac{1}{r^e} \sum_{r=1}^{r^e} \frac{1}{1 + \frac{(1 - \epsilon_{nr}^{\tau}) C_{1,n}^{\tau}}{\epsilon_{nr}^{\tau} \sum_{j=1}^J q_{nj}^{\tau} C_{0,nj}^{\tau}}}, \forall r, n, \quad (4.29)$$

$$\tau = \tau + 1, \quad (4.30)$$

然后, 令

$$\hat{\mathbf{S}}_1^t = \hat{\mathbf{S}}_1^\tau, \quad (4.31)$$

$$\gamma_{1,r}^t = \gamma_{1,r}^\tau, \forall r, \quad (4.32)$$

$$\gamma_{2,r}^t = \eta_{1,r}^t - \gamma_{1,r}^t, \forall r, \quad (4.33)$$

$$\mathbf{u}_{2,r}^t = (\eta_{1,r}^t \hat{\mathbf{S}}_{1,r}^t - \gamma_{1,r}^t \mathbf{u}_{1,r}^t) / \gamma_{2,r}^t, \forall r. \quad (4.34)$$

对于LMMSE估计步骤, 有

$$\hat{\mathbf{s}}_{2,r}^t = \left( \frac{1}{\sigma^2} \text{diag}(\boldsymbol{\beta}^t)^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \text{diag}(\boldsymbol{\beta}^t) + \gamma_{2,r}^t \mathbf{I}_N \right)^{-1} \left( \gamma_{2,r}^t \mathbf{u}_{2,r}^t + \frac{1}{\sigma^2} \text{diag}(\boldsymbol{\beta}^t)^H \mathbf{A}^H \mathbf{v}_r \right), \forall r, \quad (4.35)$$

$$\eta_{2,r}^t = \frac{1}{N} \text{tr} \left[ \left( \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{A}(\boldsymbol{\beta}^t)^H \mathbf{A}(\boldsymbol{\beta}^t) + \gamma_{2,r}^t \mathbf{I} \right)^{-1} \right], \forall r, \quad (4.36)$$

$$\gamma_{1,r}^{t+1} = \eta_{2,r}^t - \gamma_{2,r}^t, \forall r, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{u}_{1,r}^{t+1} = (\eta_{2,r}^t \hat{\mathbf{s}}_{2,r}^t - \gamma_{2,r}^t \mathbf{u}_{2,r}^t) / \gamma_{1,r}^{t+1}, \forall r. \quad (4.38)$$

注意到转换设备状态矩阵 $\mathbf{S}$ 的行与行之间共享公共支持集, 这可用于提高估计的准确性。因此, 等式(4.29)对稀疏率的更新规则进行了细化, 以利用变换设备状态矩阵的结构化稀疏特性来提高检测性能。网络中可学习的变量是 $\boldsymbol{\beta}^t$ 和 $\boldsymbol{\Omega}^\tau = [(\boldsymbol{\theta}_1^\tau)^T, (\boldsymbol{\theta}_2^\tau)^T, \dots, (\boldsymbol{\theta}_N^\tau)^T]^T$ 。而且, 自适应调整模块和LMMSE估计器相互迭代地交换信息, 直到网络收敛为止。所提出的网络架构充分利用了设备状态矩阵的先验分布知识并自适应调整了AWGN精度。这种改进后的架构不仅继承了传统VAMP方法的优越性, 而且进一步提高了激活检测的性能。

#### 4.4.5 参数学习

本小节设计具体方案来训练参数 $\{\boldsymbol{\Omega}^i\}_{i=1}^{T_{\max}} \tau_{\max}$ 和 $\{\boldsymbol{\beta}^t\}_{t=1}^{T_{\max}}$ , 参数 $\{\boldsymbol{\Omega}^i\}_{i=1}^{T_{\max}} \tau_{\max}$ 表征了设备状态矩阵的伯努利-高斯混合分布, 而参数 $\{\boldsymbol{\beta}^t\}_{t=1}^{T_{\max}}$ 调整了前导序列矩阵。其中,  $\boldsymbol{\Omega}^i$ 和 $\boldsymbol{\beta}^t$ 分别表示第 $i$ 层和第 $t$ 层的可训练变量。从图4.2可以观察到所设计网络的收敛性和检测性能由参数 $\boldsymbol{\Omega}$ 决定。

在继续之前, 本小节首先介绍如下所示的内部损失函数 $C_{\text{Inner}}^t$ 和外部损失函数 $C_{\text{Outer}}^t$ :

$$C_{\text{Inner}}^t = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \left\| \hat{\mathbf{S}}_1^{t,d} - \mathbf{S}^d \right\|_F^2, \quad (4.39)$$

$$C_{\text{Outer}}^t = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \left\| \hat{\mathbf{S}}_2^{t,d} - \mathbf{S}^d \right\|_F^2, \quad (4.40)$$





骤的计算。

---

**算法 4.2** FAT-DL网络的参数学习
 

---

- 1: 初始化:  $\beta^1 = \beta^0$ ,  $\Omega^1 = \Omega^0$ ;
  - 2: 学习  $\Omega^1$  以最小化  $C_{\text{Inner}}^1$ ;
  - 3: **for**  $i = 2, \dots, \tau_{\text{max}}$  **do**
  - 4: 固定  $\{\Omega^i\}_{i=1}^{i-1}$ , 学习  $\Omega^i$  以最小化  $C_{\text{Inner}}^i$ ;
  - 5: 重新学习  $\{\Omega^i\}_{i=1}^i$  以最小化  $C_{\text{Inner}}^i$ ;
  - 6: **end for**
  - 7: 固定  $\{\Omega^i\}_{i=1}^i$ , 学习  $\beta^1$  以最小化  $C_{\text{Outer}}^1$ ;
  - 8: 重新学习  $\{\beta^1, \{\Omega^i\}_{i=1}^i\}$  以最小化  $C_{\text{Outer}}^1$ ;
  - 9: **for**  $t = 2, \dots, T_{\text{max}}$  **do**
  - 10: 初始化  $\beta^t = \beta^{t-1}$ ;
  - 11: **for**  $\tau = 1, \dots, \tau_{\text{max}}$  **do**
  - 12:  $i \leftarrow i + 1$ ;
  - 13: 初始化  $\Omega^i = \Omega^{i-1}$ ;
  - 14: 固定  $\{\Omega^i\}_{i=1}^{i-1}$  和  $\{\beta^t\}_{t=1}^{t-1}$ , 学习  $\Omega^i$  以最小化  $C_{\text{Inner}}^i$ ;
  - 15: 固定  $\{\beta^t\}_{t=1}^{t-1}$  和  $\{\Omega^i\}_{i=1}^{i=t\tau_{\text{max}}-\tau_{\text{max}}}$ , 重新学习  $\{\Omega^i\}_{i=t\tau_{\text{max}}-\tau_{\text{max}}+1}^i$  以最小化  $C_{\text{Inner}}^i$ ;
  - 16: **end for**
  - 17: 重新学习  $\{\Omega^i\}_{i=1}^i$  和  $\{\beta^t\}_{t=1}^{t-1}$  以最小化  $C_{\text{Outer}}^t$ ;
  - 18: 固定  $\{\Omega^i\}_{i=1}^i$  和  $\{\beta^t\}_{t=1}^{t-1}$ , 学习  $\beta^t$  以最小化  $C_{\text{Outer}}^t$ ;
  - 19: 重新学习  $\{\beta^t\}_{t=1}^t$  和  $\{\Omega^i\}_{i=1}^i$  以最小化  $C_{\text{Outer}}^t$ ;
  - 20: 更新  $t \leftarrow t + 1$ ;
  - 21: **end for**
  - 22: **Return:**  $\{\beta^t\}_{t=1}^{T_{\text{max}}}$  和  $\{\Omega^i\}_{i=1}^{T_{\text{max}}\tau_{\text{max}}}$ 。
- 

#### 4.4.6 深度学习网络的实施细节和分析

所提出的FAT-DL算法分两个阶段工作：离线训练阶段和在线JADCE阶段。在离线训练阶段，通过使用从(4.1)生成的有限数量的已知训练数据，来最小化损失函数，从而获取参数  $\{\beta^t\}_{t=1}^{T_{\text{max}}}$  和  $\{\Omega^i\}_{i=1}^{T_{\text{max}}\tau_{\text{max}}}$ 。在线JADCE阶段，FAT-DL网络可以看作是一个迭代估计器，根据(4.1)，可以获得不同于训练数据集的新测量值。然后，将新的测量值和从离线阶段获

得存储的参数  $\{\beta^t\}_{t=1}^{T_{\max}}$  和  $\{\Omega^i\}_{i=1}^{T_{\max} T_{\max}}$  一同输入FAT-DL网络，以便直接输出低维空间的设备状态矩阵的估计值。

**注4.1.** 内部网络可以扩展到(4.35)和(4.36)中的LMMSE估计步骤以进一步提高性能。例如，除了分布参数之外，准确的噪声方差 $\sigma^2$ 在实际应用中很难获得，它可以通过深度学习网络来学习。此外，当学习到的方差不完美时， $\mathbf{u}_{2,r}$ 中的AWGN精度不等于 $\gamma_{2,r}$ ，这可能会导致FAT-DL算法的性能严重损失。那么此时可以引入关于精度 $\gamma_2 = [\gamma_{2,1}, \dots, \gamma_{2,r^e}]^T$ 的内部网络。因此，本研究点可以针对该特定问题设计专门的参数学习方案以获得更好的性能。

传统基于DNN的激活设备检测问题<sup>[131]</sup>采用的激活函数往往是一个没有明确物理意义的黑盒子，而本研究点所提出的FAT-DL网络(4.16)中的降噪器等价于激活函数。因为降噪器可以通过最小化迭代中的MSE来提升矩阵 $\hat{\mathbf{S}}$ 的稀疏度，可见设计的降噪器具有明确的物理意义。在文献<sup>[131]</sup>中，为了训练黑盒子，需要大量的训练数据和训练时间。因为信道和设备激活状态均是时变的，所以数据和时间资源在6G大规模随机接入网络中通常是非常稀缺的。相比于传统的基于DNN的激活设备检测方法，所提出的FAT-DL网络需要更少的低维训练数据和更短的训练时间。此外，所提出的FAT-DL网络是通过展开一个迭代算法而得到的，因此可以通过将(4.16)中的特定降噪器与状态演化<sup>[98]</sup>结合起来以严格分析其性能，这将在未来的工作中讨论。

综上所述，本章提出的FAT-DL算法通过有效地学习变换后设备状态矩阵的分布参数并促进AWGN精度的自适应更新，可以获得更准确的激活设备检测和信道估计，更低的计算复杂度，而且提出的模型驱动的深度神经网络对训练数据的需求量小。另外，所提出的FAT-DL算法对更广泛的前导序列矩阵具有鲁棒性，通过4.5节的仿真进行验证可知，与只能工作在i.i.d.高斯分布的前导序列矩阵设置下的检测器相比，FAT-DL算法可以稳定系统并且节省基站的存储空间。因此，所提出的FAT-DL算法为实现智能接入打下了坚实基础。

#### 4.4.7 计算复杂度

下面简要讨论所提出算法的计算复杂度。与传统的设备检测算法不同，所提出的算法不会在高维空间 $\mathbb{C}^{N \times M}$ 中恢复原始未知信号。而是聚焦于潜在的低维空间 $\mathbb{C}^{N \times r^e}$ 。因此，FAT-DL算法的计算复杂度主要来自矩阵乘法 $\mathbf{A}\mathbf{S}$ 。给定 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{L \times N}$ 和 $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times r^e}$ ，FAT-DL算法每层的计算复杂度为 $\mathcal{O}(LNr^e)$ 。与基于AMP的设备检测算法<sup>[45:107]</sup>相比，FAT-DL的计

算复杂度不会随着基站天线数目 $M$ 的增加而增加。FAT-DL算法在内层和外层网络需要学习 $\Omega \in \mathbb{C}^{N \times 2J}$ 和 $\beta \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ ，因此，它的内存复杂度可以近似为 $T_{\max}(N + 2NJ\tau_{\max})$ 。

本研究点从计算复杂度和内存复杂度方面将所提出的算法与五种传统算法进行了比较，包括AMP算法<sup>[98]</sup>，LAMP算法<sup>[139]</sup>，LVAMP算法<sup>[139]</sup>，快速迭代收缩阈值算法(Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm, FISTA)<sup>[140]</sup>，以及OMP算法<sup>[89]</sup>。从表4.1中可以看出，FAT-DL的计算复杂度优于传统算法。此外，所提出的FAT-DL算法的内存复杂度低于LAMP和LVAMP这两种学习算法。可见所提出的算法在解决海量设备接入问题上有显著优势。

表 4.1 算法的计算复杂度和内存复杂度比较

算法	计算复杂度	内存复杂度
FAT-DL	$\mathcal{O}(LNr^e)$	$T_{\max}(N + 2JN\tau_{\max})$
LAMP <sup>[139]</sup>	$\mathcal{O}(LNM)$	$T_{\max}(LN + 2)$
LVAMP <sup>[139]</sup>	$\mathcal{O}(LNM)$	$T_{\max}(LN^2 + 2)$
AMP <sup>[98]</sup>	$\mathcal{O}(LNM)$	0
FISTA <sup>[140]</sup>	$\mathcal{O}(LNM)$	0
OMP <sup>[89]</sup>	$\mathcal{O}(LNM + K^3M^3)$	0

## 4.5 仿真实验与结果分析

本节通过仿真验证了所提出智能接入算法的激活设备检测性能和信道估计性能。作为参考，本研究点将提出的FAT-DL算法与AMP算法<sup>[98]</sup>，LAMP算法<sup>[139]</sup>，LVAMP算法<sup>[139]</sup>，FISTA算法<sup>[140]</sup>和OMP算法<sup>[89]</sup>相比较。本章使用AER来衡量激活设备检测性能，使用NMSE来衡量信道估计精度。所有激活设备的NMSE定义为 $10 \log_{10} \frac{\|\hat{\mathbf{X}}_{\mathcal{K}} - \mathbf{X}_{\mathcal{K}}\|_F^2}{\|\mathbf{X}_{\mathcal{K}}\|_F^2}$ ，SNR定义为 $10 \log_{10} (\|\mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 / LM\sigma^2)$ 。

本研究点的信道是根据文献<sup>[89]</sup>生成的，每个设备都有不同的分布参数。对于每个设备，路径数设置为3，复数增益由复值标准正态分布生成，每条路径的方位角和仰角从 $(-\pi/2, \pi/2)$ 中产生，除非另有说明， $v_1$ 设置为0.1， $J$ 设置为3。对于所提出的FAT-DL网络，本节使用100,000个样本进行训练，30,000个样本用于验证，30,000个样本用于测试，其中测试数据和训练数据遵循相同的分布，最小批量大小设置为128。特别地，本节在每次更新时从训练数据集中随机选择128样本，并且总共选择1,000,000次。本小节的训练和

测试在Python 中实现，使用的是带有Adam 优化器<sup>[141;142]</sup>的TensorFlow。算法4.2中的本地优化时的训练速率为0.001，全局优化的训练率降低到0.0005、0.0001和0.00001以减少验证误差。LAMP 和LVAMP 算法的样本数和训练率与FAT-DL算法相同。对于基于OMP 的激活设备检测算法，迭代次数等于矢量化设备状态矩阵的稀疏度，而FISTA 算法的最大迭代次数设置为500。

图4.3 展示了NMSE 性能与外部网络层数的关系，其中 $\mathbf{A}$  服从i.i.d. 标准正态分布， $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.05$ ， $L = 60$ ， $M = 64$ ，并且 $\text{SNR} = 30 \text{ dB}$ 。AMP算法、LAMP算法和LVAMP算法均采用基于软阈值的收缩函数。为了阐明所提出的两层训练步骤对检测性能的影响，本节设置不同的 $\tau_{\max}$  进行训练，该 $\tau_{\max}$  控制内部网络的规模。当 $\tau_{\max} = 1$  时，提出的FAT-DL 退化为简单的网络，因为其内部网络退化。可以看出，本研究点提出的 $\tau_{\max} = 1$ 的FAT-DL算法比AMP算法，LAMP算法和LVAMP 算法可以获得更准确的NMSE。还可以发现当 $\mathbf{A}$  是i.i.d.正态分布时，FAT-DL 需要较少层数来达到性能饱和。所提出的FAT-DL 的这些优点主要得益于其每一层都有可学习的变量 $\beta^t$  和 $\Omega^t$ ，以及一个专门设计的降噪器。通过在训练过程中优化这些变量，可以提高联合激活设备检测和信道估计的性能。另一方面，当 $\tau_{\max} > 1$  时，提出的FAT-DL算法包含内部和外部网络。可以看出当 $\tau_{\max}$  的值增大时，FAT-DL 的检测性能进一步提高。这是因为当 $\tau_{\max} > 1$  时，AWGN 精度 $\gamma_1^t$  可以根据当前学习的先验分布参数进行更新。因此，内部网络可以进一步减少由于先验分布参数学习不准确而导致的性能损失。

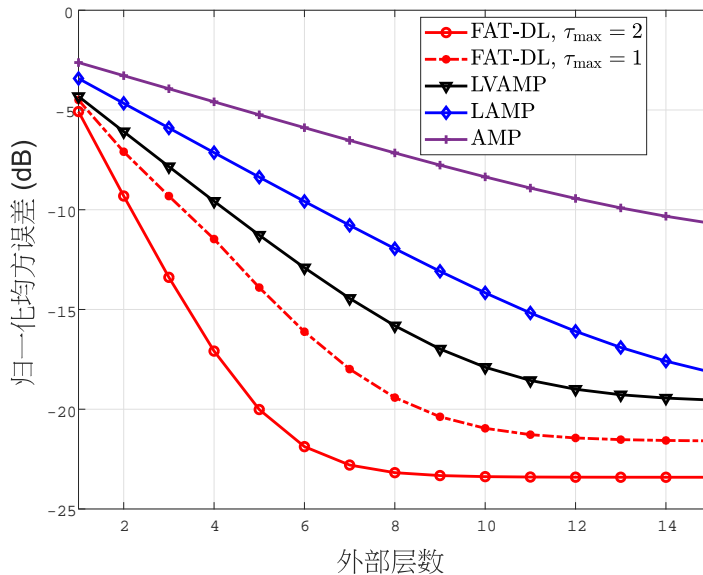


图 4.3 外部网络层数对NMSE的影响，其中 $\mathbf{A}$  服从i.i.d.标准正态分布

图4.4 展示了当前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 的条件数设置为20 时，所提出算法的外层网络数目

对NMSE性能的影响，其中 $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.05$ ， $L = 60$ ， $M = 64$ ，并且 $\text{SNR} = 30 \text{ dB}$ 。如图4.4所示， $\tau_{\max} = 1, 2$ 的FAT-DL算法在整个层数范围内的性能均优于AMP，LAMP和LVAMP算法。注意AMP算法和LAMP算法对病态前导序列矩阵很敏感。然而，当前导序列矩阵是病态矩阵时，FAT-DL算法比其他考虑的算法具有更高的鲁棒性。这个优点主要源于所提出的FAT-DL算法不仅引入了自适应调整模块，而且有效地继承了传统VAMP算法的对抗病态前导序列矩阵的优点。

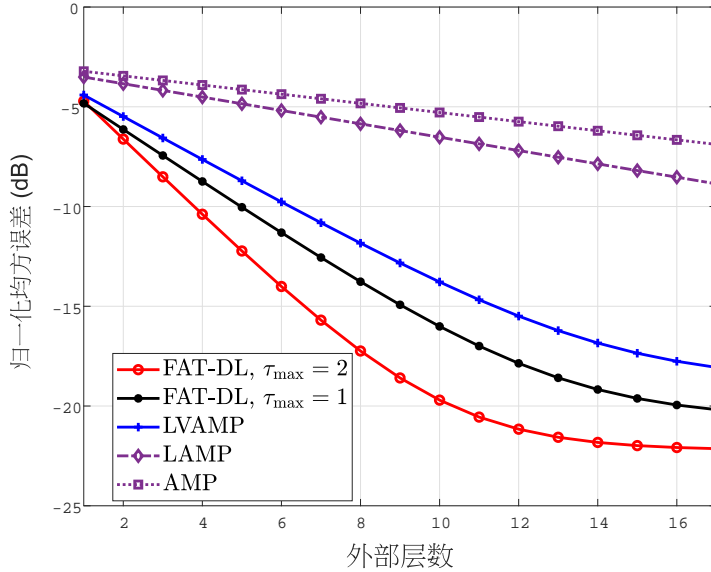


图 4.4 外部网络层数对NMSE的影响，其中A的条件数为20

在剩余的仿真中， $\tau_{\max}$  设置为2，以便在各种系统设置下展现FAT-DL的全部潜力。图4.5说明了AER性能与前导序列长度的关系，其中A服从i.i.d.标准正态分布， $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.2$ ， $M = 32$ ，并且 $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ 。显然，本章提出的FAT-DL算法在前导序列长度相同的情况下，可以取得比AMP算法、FISTA算法、OMP算法、LAMP算法和LVAMP算法更好的性能。换言之，所提出的FAT-DL算法用比传统算法更短的前导序列就能达到相同的激活检测精度。例如， $L = 50$ 时的FAT-DL算法所获得的AER甚至低于 $L = 65$ 情况下的LAMP算法。相应的性能提升主要是因为FAT-DL很好地结合了伯努利-高斯混合分布的先验信息并有效提升了AWGN精度估计值。此外，所提出的FAT-DL算法通过降维有效降低了计算复杂度。这些优点也意味着提出的深度学习网络只需要少量的训练数据。

图4.6绘制了SNR对检测性能的影响，其中前导序列矩阵的均值有扰动，即均值设置为 $\mu = 7$ ， $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.3$ ， $M = 64$ ，并且 $L = 60$ 。可以观察到，在所考虑的SNR范围内，AMP算法、FISTA算法、OMP算法、LAMP算法和LVAMP算法的性能比提出的FAT-DL算法差，并且性能差距随着SNR的增加而不断增加。原因是(4.2)的降维操作在高SNR

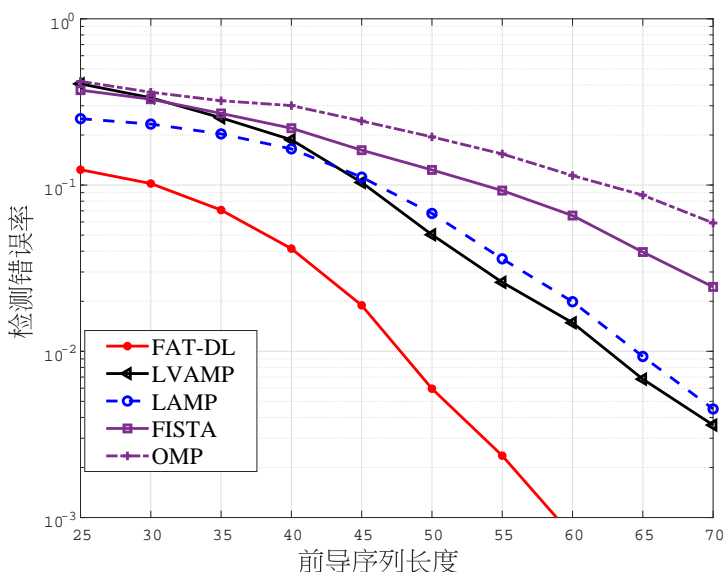


图 4.5 前导序列长度对AER的影响

区域变得更加准确。此外，可以观察到当估计的秩值大于实际的秩时，所提出的算法对秩估计的准确性并不敏感。这是因为虽然高估秩会导致模型包含更多噪声，基于高估的低维空间的设备状态矩阵包含基于实际秩的信号空间。与额外噪声相比，所需信号空间主导了对检测精度的影响。当前导序列足够长时，高估秩信息对算法性能的影响可以忽略不计。因此，如果秩估计不太准确，可以采用相对较大的秩来进行计算。与LVAMP算法类似，所提出的FAT-DL算法对前导序列矩阵的均值不敏感。然而，当存在非零均值的 $\mathbf{A}$ 时，AMP和LAMP的AER性能却会严重下降。

图4.7绘制了设备激活概率对AER的影响，其中 $\mathbf{A}$ 服从i.i.d.标准正态分布， $N = 100$ ， $L = 60$ ，并且 $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ 。从图中可以看出，随着激活概率的增加，所有算法的AER性能都会下降。这是因为设备之间的信道干扰随着更多设备处于活动状态而增加。可以发现，即使激活概率高于0.45，所提出的算法也大大优于LVAMP算法。图4.7也证实了随着基站天线数量 $M$ 的增加，所提出的FAT-DL算法的AER性能比LVAMP算法的下降得更快，这表明所提出的算法可以以更少的基站天线数快速的将检测误差降为零，从而节省了成本。

图4.8绘制了检测错误率与基站天线数量的关系，其中 $\mathbf{A}$ 的均值为 $\mu = 5$ ， $N = 1000$ ， $L = 200$ ， $\epsilon_k = 0.1$ ，并且 $\text{SNR} = 25 \text{ dB}$ 。正如预期的那样，增加BS的天线数量可以显著提高性能，并且所提出的FAT-DL算法比其他考虑的算法实现了更好的性能。这样的性能提升源于所提出的算法不仅利用了伯努利-高斯混合分布的先验信息，而且还促进了精度参数自动调整。实际上，由于 $\text{rank}(\mathbf{X}) \leq \min\{M, K\}$ ，当基站配备大型天线阵列时，提出的算法的计算复杂度实现了实质性的降低。

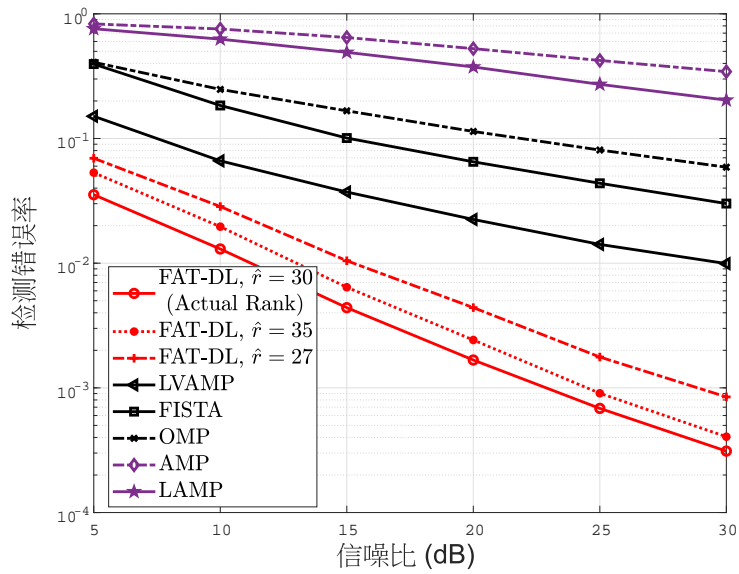


图 4.6 SNR对AER的影响

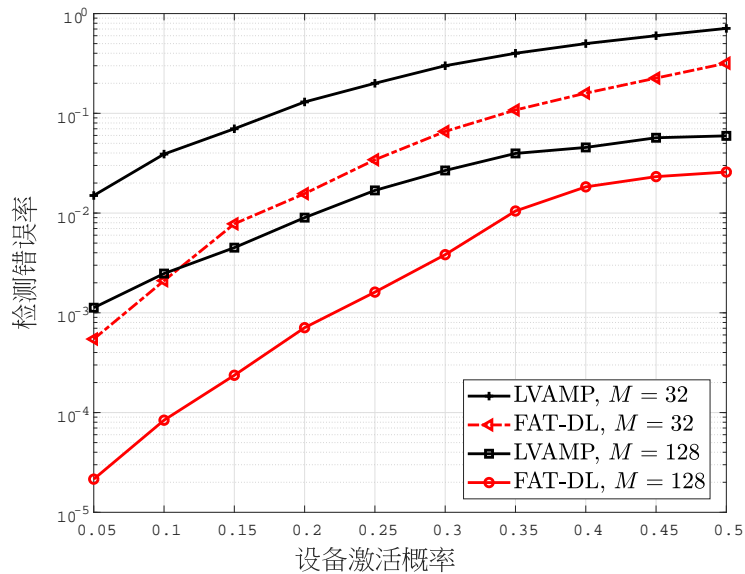


图 4.7 设备激活概率对AER的影响

图4.9 说明了训练样本数量对所考虑的基于深度学习的检测算法的AER 性能的影响，其中， $\mathbf{A}$ 服从i.i.d. 标准正态分布， $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.1$ ， $M = 32$ ， $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ ，并且 $L = 50$ 。在图4.9 中，测试样本的大小与训练样本的大小相同。最初，在训练样本数量较少的情况下，所考虑算法的AER 很差，但是随着训练样本数量的增加，AER 急剧下降。值得注意的是当训练样本的数量继续增加时，性能提升会减弱。因此，这里曲线并不平滑。出现这种现象的原因是，对于较小的训练集，样本不能完全表征分布特征，出现了过

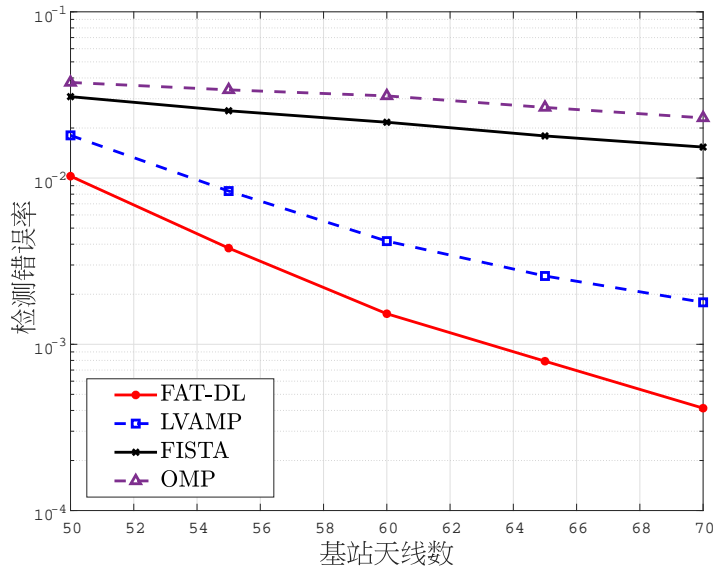


图 4.8 基站天线数目对AER的影响

拟合的情况，大大增加了随机性，从而降低了AER性能。还可以观察到所提出的FAT-DL算法的饱和AER值低于其他两种算法。这是因为传统算法试图仅从接收到的信号中检测设备，没有利用先前的观察结果。而所提出的FAT-DL算法很好地结合了伯努利-高斯混合分布的先验信息，并且还通过结合内外网络有效地自动调整了AWGN精度。注意对于FAT-DL、LAMP和LVAMP算法，其所需的最小样本数30,000个就足够了，但是综合考虑训练效率，测试性能和稳定性，本节其他的仿真训练、验证和测试中应用了更多的样本。

在图4.10中，本节检查了所提出的FAT-DL算法对混合成分数目 $J$ 的敏感性，其中 $\mathbf{A}$ 的均值为 $\mu = 5$ ， $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.1$ ， $M = 32$ ，并且 $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ 。 $J$ 从1到6不等变化时，可以很容易地观察到，当 $J$ 为1时，模型中会出现欠拟合，这大大降低了AER性能。 $J$ 大于3以后，所提算法的检测性能趋于稳定，对混合成分数量的选择不是很敏感，但是过大的 $J$ 可能会导致模型中的过度拟合效果。在本节其他实验中，混合成分数量均设置为了3，算法性能表现良好。

接下来，图4.11研究了固定分布参数对传统算法和提出算法的AER性能的影响，其中前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 的均值为 $\mu = 5$ ， $N = 100$ ， $M = 64$ ， $\epsilon_k = 0.1$ ，并且 $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ 。具体而言，本节将FAT-DL算法与LVAMP和GM-VAMP算法进行了比较。这里，GM-VAMP指的是文献<sup>[134]</sup>中提出的VAMP算法，其中软阈值降噪器被本章所设计的伯努利-高斯混合降噪器(4.16)代替，但其分布参数 $\Omega$ 设置为固定常量。图4.11显示出FAT-DL算法的性能比LVAMP算法好得多，因为与使用软阈值降噪器的LVAMP算法相比，FAT-DL可以更准



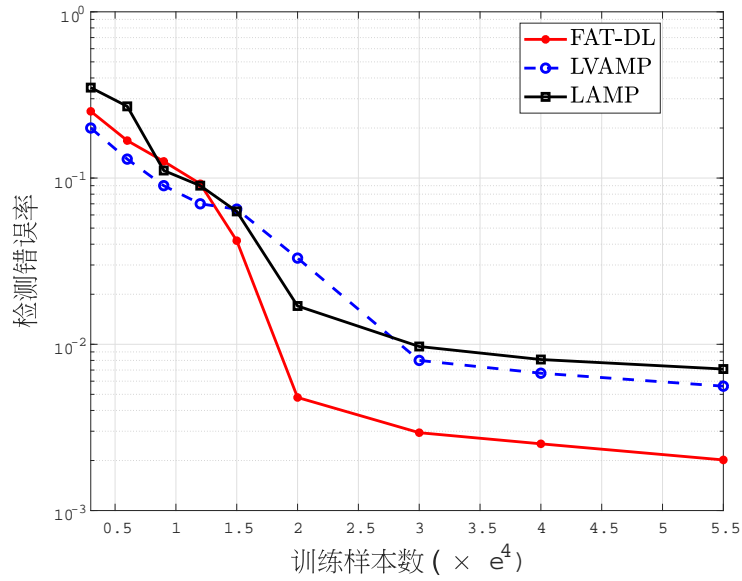


图 4.9 训练集大小对AER的影响

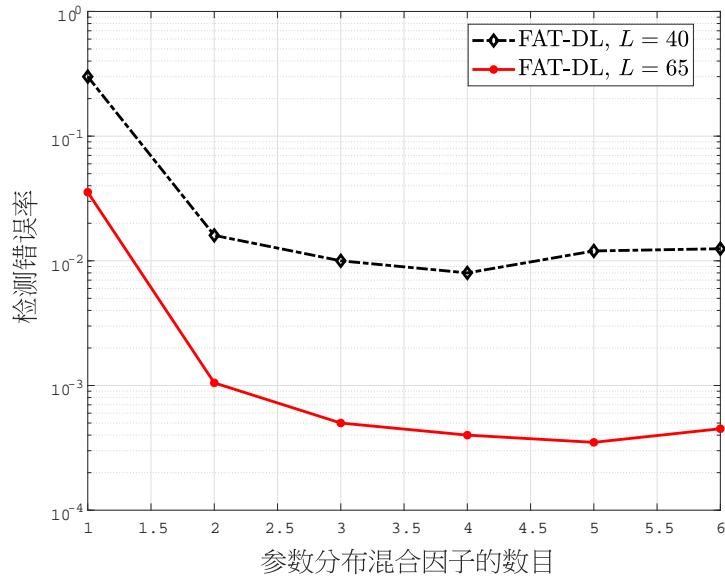


图 4.10 混合因子数目对AER的影响

确地获取设备状态矩阵的分布。重要的是，可以观察到FAT-DL的AER小于GM-VAMP算法。这样的性能提升源于FAT-DL算法基于样本空间进行分布参数调整，而GM-VAMP在所有实现中均采用固定先验分布参数集，而固定的分布参数在实际数据中却已经不再精确。

最后，本章将设备状态矩阵设置为伯努利-学生t分布，其中非零元素包含少许非常大的值和非常多小的值，前导序列矩阵 $\mathbf{A}$ 符合标准正态分布， $N = 100$ ， $\epsilon_k = 0.2$ ，

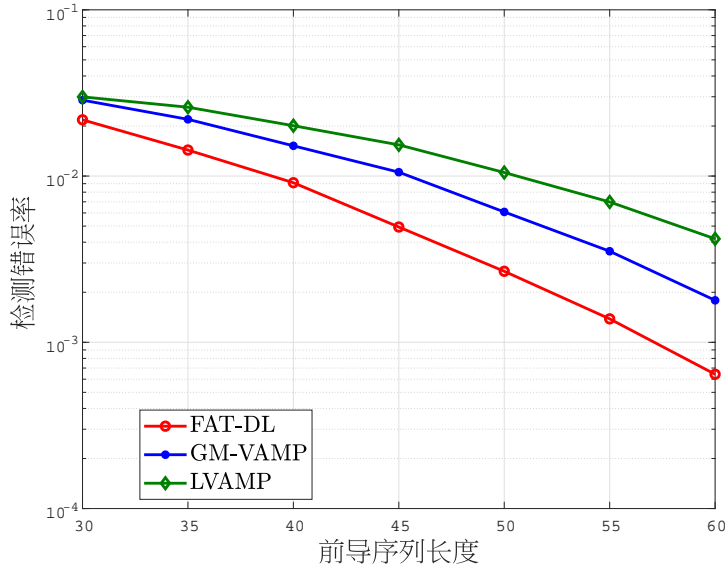


图 4.11 固定分布参数对AER的影响

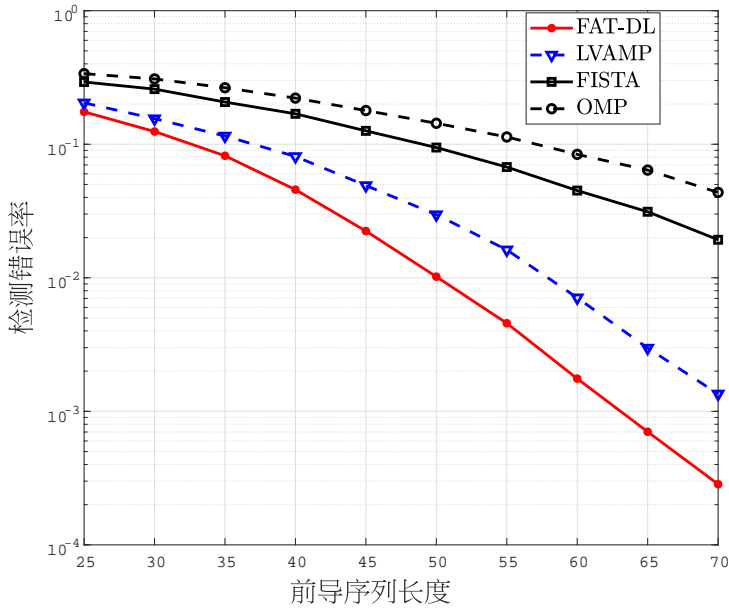


图 4.12 恢复伯努利-学生t分布的信号的性能比较

$M = 32$ , 并且  $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ 。所考虑的伯努利-学生-t 分布的概率密度函数(Probability Density Function, PDF) 由下式明确给出

$$p(\mathbf{S}) = \prod_{n=1}^N \prod_{r=1}^{r^e} (1 - \epsilon_{nr}) \delta(s_{nr}) + \epsilon_{nr} \frac{\Gamma((\nu + 1)/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu/2)} (1 + s_{nr}^2)^{-(\nu+1)/2}, \quad (4.41)$$

其中  $\Gamma(\cdot)$  是Gamma 函数, 不可压缩率  $\nu$  设置为1.9。从图4.12可以观察到OMP 算法和FISTA 算法的性能相对较差, LVAMP 算法的性能相对较好, 而FAT-DL 算法在重尾分布下优于所有其他算法。这种优势归因于基于伯努利-高斯混合分布的降噪器可以很好地近似伯

努利-学生t分布信号。此外，在伯努利-学生t分布的情况下，与图4.5设置下的性能相比，FAT-DL相对于LVAMP的性能提升变小，原因是样本的不规则分布导致信息丢失增加。

## 4.6 结论

本章主要解决了当基站配备大规模天线阵列时，现有的基于机器学习的大规模接入算法的参数训练时间长、计算复杂度高和信道先验信息假设不合理的问题。首先，本章提出了一种新颖的深度学习框架，包含降维模块、深度学习网络模块、设备检测模块和信道估计模块。即使基站配备超大规模天线阵列，降维模块也可以保证联合激活设备检测和信道估计算法以较低的计算复杂度运行。针对深度学习网络模块，本章设计了一个特征辅助的自适应调整深度学习网络。仿真结果证实了该网络所需前导序列短且所需训练数据少。因此，所提出的深度学习框架特别适合解决6G无线网络中的高维激活设备检测和信道估计问题。



## 第五章 基于毫米波/太赫兹的宽带激活设备检测和信道估计方案设计

### 5.1 引言

回顾第二章到第四章，所提算法在设备检测可靠性、信道估计精确度和计算复杂度方面均优于现有算法。但是这些算法都是针对低于6 GHz 频段的窄带信道而设计的，无法直接应用到高频段宽带信道。事实上，随着对增强型移动宽带和大规模机器通信需求的不断增加，毫米波（Millimeter-Wave, mmW）/太赫兹（Terahertz, THz）频段被认为是提升下一代无线通信系统容量的核心频段<sup>[143]</sup>，而且mmW/THz 频段具有大量的尚未被有效利用的频谱资源，所以也是支撑未来mMTC+通信系统的关键研究方向之一。在mmW/THz 频段大规模随机接入系统中，设备激活检测和信道估计将面临更多挑战，其主要由以下三方面原因造成。第一，由于设备设备的增加，需要的前导序列长度也会随着设备数量的增加而增加。第二，mmW/THz信号很容易被雨雾吸收，从而快速衰减<sup>[92]</sup>。为了提供广域的覆盖范围，mmW/THz通信必须在基站配置大规模天线阵列。在这种情况下，基站处接收到的信号在空间域和频域中都是超高维的。因此，激活设备检测具有非常高的计算复杂度，这为降低通信成本带来了困难。第三，mmW/THz 频段信道的相干时间相比于低频段更短，因此在多设备多天线mmW/THz 系统的上行信道估计问题中，降低多设备前导序列开销极为重要。

值得注意的是，mmW/THz 信道表现出明显的角度域和延迟域扩展<sup>[144-146]</sup>。扩展特性导致了信道的低秩结构和稀疏特性，可以联合探究这两种特性来减少激活设备检测和信道估计的开销<sup>[147;148]</sup>。本章所考虑信道模型与文献<sup>[149]</sup>中引入的簇信道模型不同，簇信道模型中信道矩阵的秩与其稀疏度相同。然而，与稀疏性相比，簇信道模型中的低秩结构并没有提供额外的结构信息。另一方面，由于秩约束条件下的估计通常是NP 难的问题，文献<sup>[148]</sup>和<sup>[150]</sup>采用了秩盲算法，即应用核范数来松弛秩约束。然而，基于核范数的凸松弛方法未能很好地融合固定秩矩阵约束进行稀疏信号恢复。

为了解决这些问题，本章首次研究基于mmW/THz 宽带大规模随机接入的联合激活检测和信道估计问题。首先，基于延迟域和角度域扩展和信道矩阵的联合稀疏和低秩结

构，本章为mmW/THz宽带网络设计了特定的大规模免授权随机接入框架。然后，本章从理论上证明了对于所研究的稀疏信号恢复问题， $l_0$ 范数和低秩两项约束可以替代 $l_0$ 范数、Frobenius范数和低秩三项约束，从而对原始问题进行了近似重构。然后，基于乘积流形的一阶搜索，本章为mmW/THz宽带大规模接入的联合激活设备检测和信道估计问题提出了两种新颖的多重秩已知稀疏恢复算法，并从理论上严格地分析了所提出算法的收敛性。最后，仿真结果证实了所提算法比基准算法具有更低的计算复杂度和更高的激活设备检测和信道估计精度。

本章内容安排如下：5.2节给出了基于mmW/THz宽带免授权随机接入的系统模型；然后，5.3节为JADCE设计了两种多重秩已知恢复算法；接下来，5.4节分析了所提出算法的收敛性；之后，5.5节提供了仿真实验结果，并对结果进行了分析；最后，5.6节总结了本章内容。

## 5.2 系统模型

本章考虑一个6G mmW/THz宽带无线网络，其中一个配备 $M$ 根天线的基站服务大量单天线物联网设备。这一无线网络采用以基带频率 $\{2\pi i/T_s\}_{i=0}^{B-1}$ 为中心的带有 $B$ 个子载波的正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术，以对抗mmW/THz宽带信道的频率选择性衰落。其中， $T_s$ 是有用的OFDM符号持续时间，不包括循环前缀。所有设备的信道的最大延迟扩展不长于 $\gamma T_s$ ，其中 $\gamma \leq 1$ 。假设所有设备在时间和频率上均与基站同步。在mMTC+场景中，只有一小部分物联网设备在任何给定的时隙内处于激活状态。针对这一宽带大规模模型，本研究点重点研究基于免授权随机接入的联合激活设备检测和信道估计方案。

一般而言，对于给定的检测精度，所需的前导序列长度取决于激活设备的数量。为了减少宽带大规模免授权随机接入的前导序列开销，本研究点将上行设备划分为多个组，每组包含 $N$ 个设备，每个组分配一个独占的子载波子集 $\mathcal{B}_p \subseteq \{0, 1, \dots, B-1\}$ ，子载波子集的基数为 $B_p = |\mathcal{B}_p|_c \leq B$ 。一个特定组内包含的 $K = |\mathcal{K}|_c$ 个激活设备在这些子载波上传输它们预设的前导序列，一个前导序列符号占用一个子载波。这里， $\mathcal{K}$ 表示在给定时间段内任意组的激活设备的集合。如果不采用设备分组，则需要很长的前导序列来获得这些设备的准确CSI。此外，为了降低计算复杂度，本研究点仅使用基站天线子集的信号，即 $\mathcal{M}_p \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ 进行联合激活设备检测和信道估计。这里基站天线子集的基数为 $M_p$ 。由于基站可以在一个组内独立执行JADCE，本章的其余部分均考虑任意一个分组。为方便起见，将 $\chi_n$ 定义为设备激活指示器，如果第 $n$ 个设备处于激活状态，则 $\chi_n = 1$ ，否

则  $\chi_n = 0$ 。因此，基站处的频域接收信号  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M_p \times B_p}$  可以表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{n=1}^N \chi_n \mathbf{P}_M \mathbf{H}_n \mathbf{P}_T \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_n) + \mathbf{Z}, \quad (5.1)$$

其中  $\mathbf{H}_n \in \mathbb{C}^{M \times B}$  是从第  $n$  个物联网设备到基站的关于  $B$  个子载波的信道矩阵， $\mathbf{Z}$  表示 AWGN 矩阵，其元素服从 i.i.d. 的复高斯分布，即  $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 。 $\boldsymbol{\alpha}_n \in \mathbb{C}^{B_p}$  是分配给第  $n$  个设备的前导序列，其元素服从均值为零和单位方差的 i.i.d. 复高斯分布，并且前导序列事先存储在基站里。接下来，本节引入天线采样矩阵  $\mathbf{P}_M \in \{0, 1\}^{M_p \times M}$ ，其每行只包含一个 1，即将所选天线对应的位置的值设置为 1，其余位置的元素值设置为 0。同理，子载波采样矩阵  $\mathbf{P}_T \in \{0, 1\}^{B \times B_p}$ ，其每列只包含一个 1，即将所选子载波对应的位置的值设置为 1，剩余元素设置为 0。

接下来，本研究点给出基站天线和 OFDM 子载波的选择策略。一方面，对于任意一个设备分组，从集合  $\{0, 1, \dots, M-1\}$  中随机均匀地选择出具有基数  $M_p$  的天线子集  $\mathcal{M}_p$ ，并且子集  $\mathcal{M}_p$  对于所有设备分组都是相同的。因此，空间域的接收信号具有较低维度，有利于降低检测算法的复杂度。另一方面，对于具有  $N$  个设备的任意分组，子载波子集  $\mathcal{B}_p$  是从集合  $\{0, 1, \dots, B-1\}$  中随机均匀选择出的  $B_p$  个子载波组成的，并且集合  $\mathcal{B}_p$  对每个组都是独有而不重叠的。在这种设计下，将子载波分配给多个组相当于对所有子载波进行随机统一划分。

根据电磁波传播理论，设备  $n$  的 mmW/THz 信道由  $L_n$  个簇造成的散射路径叠加而成，其中第  $l$  条路径的延迟和到达角分别为  $\tau_{n,l} \in [0, \gamma T_s]$  和  $\theta_{n,l} \in [-\pi/2, \pi/2]$ <sup>[92;145;148]</sup>。那么，从设备  $n$  到基站的上行信道可以表示为<sup>[151]</sup>

$$\bar{\mathbf{h}}_n(\tau_n) = \sum_{l=1}^{L_n} [j_{n,l} \mathbf{a}(\theta_{n,l}) \delta(\tau_n - \tau_{n,l})], \quad (5.2)$$

其中阵列响应向量  $\mathbf{a}(\cdot) : [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow \mathbb{C}^M$  将角度域映射到了空间域，具体定义为  $\mathbf{a}(\theta_{n,l}) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_{n,l})}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d \sin(\theta_{n,l})}]^T$ 。其中， $d$  是均匀线性阵列 (Uniform Linear Array, ULA) 的空间间隔， $\delta(\cdot)$  是 Dirac 函数， $\tau_n$  是设备  $n$  的延迟， $j_{n,l}$  是设备  $n$  的第  $l$  个簇的复振幅。

基于 OFDM 技术，等式 (5.2) 中脉冲响应对应的第  $b$  个子载波的上行信道频率响应为  $\mathbf{h}_n(b) = \sum_{l=1}^{L_n} j_{n,l} \mathbf{a}(\theta_{n,l}) e^{-j\frac{2\pi}{T_s} \tau_{n,l}(b-1)}$ 。因此，宽带信道矩阵由下式给出

$$\mathbf{H}_n = [\mathbf{h}_n(1), \dots, \mathbf{h}_n(B)] = \sum_{l=1}^{L_n} [j_{n,l} \mathbf{a}(\theta_{n,l}) \mathbf{b}(\tau_{n,l})^H], \quad (5.3)$$

其中  $\mathbf{b}(\tau_{n,l}) = [1, e^{-j2\pi\tau_{n,l}/T_s}, \dots, e^{-j2\pi\tau_{n,l}(B-1)/T_s}]^T$ 。

由于基站部署大规模天线阵列，信道  $\mathbf{H}_n$  表现出角度扩展<sup>[145]</sup>。换言之，一个簇引起了多个主导系数。本研究点首先考虑这样一种情况，即到达角域上的角扩展是来自公共延迟的射线的结果。因此，信道  $\mathbf{H}_n$  可以表示为

$$\mathbf{H}_n = \sum_{l=1}^{L_n} \left[ \left( \sum_{j=1}^{J_n} \varsigma_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right) \mathbf{b}(\tau_{n,l})^H \right], \quad (5.4)$$

其中  $\phi_{n,l,j}$  表示相对于平均角  $\theta_{n,l}$  的角位移， $J_n$  表示角位移的数目， $\varsigma_{n,l,j}$  表示第  $l$  个簇中第  $j$  个角位移的复数增益。类似地，由于超宽 mmW/THz 频带在频域中具有高分辨率，因此信道  $\mathbf{H}_n$  也表现出延迟扩展<sup>[151]</sup>。例如，对于两个很接近的延迟，信道  $\mathbf{H}_n$  可以进一步表示为

$$\mathbf{H}_n = \sum_{l=1}^{L_n} \left[ \left( \sum_{j=1}^{J_n} \varsigma_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right) \mathbf{b}(\tau_{n,l} - \varphi_{n,l,1})^H + \left( \sum_{j=1}^{J_n} \bar{\varsigma}_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right) \mathbf{b}(\tau_{n,l} - \varphi_{n,l,2})^H \right], \quad (5.5)$$

其中  $\varphi_{n,l,i}$  表示相对于第  $l$  个簇的平均延迟  $\tau_{n,l}$  的延迟偏移， $J_n$  表示角度偏移的数目。由于  $\left( \sum_{j=1}^{J_n} \varsigma_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right)$  和  $\left( \sum_{j=1}^{J_n} \bar{\varsigma}_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right)$  这两项是高度相关的，即复增益  $\varsigma_{n,l,j}$  和  $\bar{\varsigma}_{n,l,j}$  有相近的延迟和相似的功率值<sup>[148]</sup>。因此，表达式(5.5)可以进一步简化为

$$\mathbf{H}_n = \sum_{l=1}^{L_n} \left[ \left( \sum_{j=1}^{J_n} \varsigma_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right) \left( \sum_{i=1}^2 \mathbf{b}(\tau_{n,l} - \varphi_{n,l,i})^H \right) \right]. \quad (5.6)$$

作为概括，本研究点采用以下几何信道模型来表征设备  $n$  的 mmW/THz 信道

$$\mathbf{H}_n = \sum_{l=1}^{L_n} \left[ \left( \sum_{j=1}^{J_n} \varsigma_{n,l,j} \mathbf{a}(\theta_{n,l} - \phi_{n,l,j}) \right) \left( \sum_{i=1}^{I_n} \xi_{n,l,i} \mathbf{b}(\tau_{n,l} - \varphi_{n,l,i})^H \right) \right], \quad (5.7)$$

其中  $\xi_{n,l,i}$  表示第  $l$  个簇的第  $i$  个延迟偏移的复增益， $I_n$  表示延迟偏移的数量。根据延迟-角度域特性，表达式(5.7)中的 mmW/THz 信道  $\mathbf{H}_n$  可以改写为

$$\mathbf{H}_n = \sum_{l=1}^{L_n} [\mathbf{A}_\theta \varsigma_{n,l} \boldsymbol{\xi}_{n,l}^T \mathbf{A}_\tau^H] = \mathbf{A}_\theta \left( \sum_{l=1}^{L_n} \varsigma_{n,l} \boldsymbol{\xi}_{n,l}^T \right) \mathbf{A}_\tau^H \triangleq \mathbf{A}_\theta \tilde{\mathbf{X}}_n \mathbf{A}_\tau^H, \quad (5.8)$$

其中  $\tilde{\mathbf{X}}_n \in \mathbb{C}^{M_1 \times D}$  是延迟-角度域信道表征。考虑网格信道参数的情况，导向矩阵  $\mathbf{A}_\theta$  和  $\mathbf{A}_\tau$  是分别从区间  $[-\pi/2, \pi/2]$  和区间  $[0, T_s]$  上采样得来的。它们可以表示为

$$\mathbf{A}_\theta \triangleq [\mathbf{a}(0), \mathbf{a}(1/M_1), \dots, \mathbf{a}((M_1 - 1)/M_1)] \in \mathbb{C}^{M \times M_1},$$

和

$$\mathbf{A}_\tau \triangleq [\mathbf{b}(0), \mathbf{b}(T_s/B), \dots, \mathbf{b}((D - 1)T_s/B)] \in \mathbb{C}^{B \times D},$$



其中  $M_1 \geq M$  是采样数,  $D = \lceil \gamma B \rceil$  是信道延迟扩展, 其中  $\gamma \leq 1$ 。  $\boldsymbol{\xi}_{n,l} \in \mathbb{C}^D$  和  $\boldsymbol{\varsigma}_{n,l} \in \mathbb{C}^{M_1}$  分别是第  $l$  个集群的延迟和角度增益的虚拟表示。

一般而言, mmW/THz信道的延迟和角度扩展是有限的, 只占整个延迟角度域的一小部分。结果, 对于第  $n$  个设备,  $\{\boldsymbol{\xi}_{n,l}, \boldsymbol{\varsigma}_{n,l}\}_{l=1}^{L_n}$  是稀疏的。将  $p_{\boldsymbol{\xi}_{n,l}}$  和  $p_{\boldsymbol{\varsigma}_{n,l}}$  分别定义为  $\boldsymbol{\xi}_{n,l}$  和  $\boldsymbol{\varsigma}_{n,l}$  中非零元素的个数。然后, 让  $p_n$  来衡量所有散射簇  $L_n$  之间的最大角度/延迟量, 具体可以表示为  $p_n = \max_{l=1,2,\dots,L_n} (p_{\boldsymbol{\xi}_{n,l}}, p_{\boldsymbol{\varsigma}_{n,l}})$ 。注意到本节假设导向矩阵参数位于离散化网格上。但是在实践中, 真正的参数可能不在离散化网格上, 这称为网格失配。这时,  $\{\boldsymbol{\xi}_{n,l}, \boldsymbol{\varsigma}_{n,l}\}_{l=1}^{L_n}$  不会准确的包括  $p_n$  个非零条目。相反, 由于功率泄露, 非零条目的数量将变得更大, 而本研究点忽略了这种网格不匹配问题。因此,  $\tilde{\mathbf{X}}_n$  最多具有  $p_n L_n$  非零行和  $p_n L_n$  非零列, 这里  $p_n L_n \ll \min(D, M_1)$ 。注意  $p_n$  可以远远大于设备  $n$  的平均簇数  $L_n$  [144;145]。因此, (5.8) 中的  $\tilde{\mathbf{X}}_n$  具有低秩结构, 即  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{X}}_n) = L_n \ll p_n^2 L_n$ 。这与文献 [151] 不同, 文献 [151] 中信道矩阵的秩与其稀疏度是相同的。基于以上分析, (5.1) 中的接收信号可以改写为

$$\mathbf{Y} = \sum_{n=1}^N \mathbf{P}_M \mathbf{A}_\theta \mathbf{X}_n \mathbf{A}_\tau^H \mathbf{P}_T \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_n) + \mathbf{Z} = \sum_{n=1}^N \mathbf{B} \mathbf{X}_n \mathbf{A}_n + \mathbf{Z} = \bar{\mathbf{A}}_\theta \mathbf{X} \bar{\mathbf{A}}_\tau^H + \mathbf{Z}, \quad (5.9)$$

其中  $\mathbf{X}_n = \chi_n \tilde{\mathbf{X}}_n \in \mathbb{C}^{M_1 \times D}$  为设备  $n$  的设备状态矩阵,  $\mathbf{B} = \mathbf{P}_M \mathbf{A}_\theta \in \mathbb{C}^{M_p \times M_1}$ ,  $\mathbf{A}_n = \mathbf{A}_\tau^H \mathbf{P}_T \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_n) \in \mathbb{C}^{D \times B_p}$ ,  $\bar{\mathbf{A}}_\tau = [\text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_1)^H \mathbf{P}_T^T \mathbf{A}_\tau, \dots, \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_N)^H \mathbf{P}_T^T \mathbf{A}_\tau] \in \mathbb{C}^{B_p \times DN}$ ,  $\bar{\mathbf{A}}_\theta = \mathbf{P}_M \mathbf{A}_\theta \in \mathbb{C}^{M_p \times M_1}$ , 并且  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{N-1}] \in \mathbb{C}^{M_1 \times DN}$ 。

由于物联网业务的偶发性, (5.9) 中的  $\mathbf{X}$  实际上是  $K$ -块稀疏的。如上所述, 每个  $\mathbf{X}_n$  也是稀疏的。这种联合跨块稀疏和块内稀疏特性称为块稀疏(Sparse-Block Sparsity)。此外, 由于  $\mathbf{X}_n$  的低秩性和角度域的密集采样  $M_1$ , 矩阵  $\mathbf{X}$  通常是低秩的, 即  $\text{rank}(\mathbf{X}) \leq \min\{M_1, KL_{\max}\}$ , 其中  $L_{\max}$  是  $L_n, n = \{1, 2, \dots, N\}$  的最大值。同时满足联合块稀疏和低秩的矩阵  $\mathbf{X}$  的恢复可以表述为以下稀疏块lasso问题 [152]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \nu \|\mathbf{X}\|_{l_0} + \nu_1 \text{rank}(\mathbf{X}) + \nu_2 \sum_{n=1}^N \|\mathbf{X}_n\|_F \\ \text{s.t. } & \|\mathcal{A}(\mathbf{X}) - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon, \end{aligned} \quad (5.10)$$

其中  $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$ , 线性映射  $\mathcal{A}(\cdot) : \mathbb{C}^{M_1 \times DN} \rightarrow \mathbb{C}^{B_p M_p}$  满足  $\mathcal{A}(\mathbf{X}) = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{x}$ , 其中  $\hat{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{A}}_\tau^\dagger \otimes \bar{\mathbf{A}}_\theta$  和  $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{X})$ 。注意, (5.10) 目标函数中的Frobenius范数是用来促进块间稀疏性的, 而  $l_0$  范数是用来促进块内的稀疏性的。其中,  $\epsilon$  是噪声方差的上限, 参数  $\nu > 0$ ,  $\nu_1 > 0$  和  $\nu_2 > 0$  是可调的正则化参数。下一节将设计用于mmW/THz宽带大规模接入的JADCE算法来解决这个问题(5.10)。

### 5.3 多重秩已知的JADCE算法的设计

本节首先提出问题 (5.10) 的替代近似表示, 然后基于乘积流形设计了两种多重秩已知的JADCE 算法, 并对算法的计算复杂度进行了分析和比较。

#### 5.3.1 联合块稀疏和低秩的近似设计

由于 $l_0$ 范数、Frobenius范数和低秩的相互耦合, 很难直接解决(5.10) 中的块稀疏和低秩问题。而且问题(5.10)中需要设计三个正则化系数, 这给信号恢复带来了更多的计算负担。为了解决这些挑战, 本节证明通过结合 $l_0$  范数和低秩约束便足以恢复联合块稀疏和低秩设备状态矩阵 $\mathbf{X}$ , 即可直接去除问题(5.10)的Frobenius范数约束。根据mmW/THz 信道的特性, 本研究点首先给出以下定义。

**定义5.1.** 如果以下关系式成立

$$\|\mathbf{X}\|_{\text{sg}} = \sum_{n \in [N]} \Xi_n p_n^2 L_n \leq u, \quad (5.11)$$

其中

$$\Xi_n = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \mathbf{X}_{\Upsilon_n} \neq \mathbf{0}, \\ 0, & \text{如果 } \mathbf{X}_{\Upsilon_n} = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (5.12)$$

那么矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M_1 \times DN}$  被称为 $u$ -稀疏块矩阵。这里 $\Upsilon_n$  表示列索引集 $\{1, 2, \dots, DN\}$  的不相交子集, 其中 $|\Upsilon_n|_c = D, n = 1, \dots, N$ 。矩阵 $\mathbf{X}_{\Upsilon_n} \in \mathbb{C}^{M_1 \times D}$  表示 $\mathbf{X}$  在列集 $\Upsilon_n$  上的投影, 矩阵 $\mathbf{X}_{\Upsilon_n}$  最多含有 $p_n L_n$  非零行和 $p_n L_n$  非零列。

基于设备状态矩阵 $\mathbf{X}$  是联合 $u$ -稀疏块和低秩的事实, 本研究点接下来验证对矩阵 $\mathbf{X}$  联合施加 $l_0$  范数和低秩约束, 即

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \nu \|\mathbf{X}\|_{l_0} + \nu_1 \text{rank}(\mathbf{X}) \\ \text{s.t. } & \|\mathcal{A}(\mathbf{X}) - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon, \end{aligned} \quad (5.13)$$

等效于联合施加Frobenius 范数、 $l_0$  范数和低秩约束, 即问题(5.13) 是问题(5.10) 的可行的替代方案。

为了证明这个结论, 本研究点首先引入一个特定的受限等距特性, 称为稀疏块和低秩RIP (Sparse-Block and Low-Rank RIP, SB&L-RIP), 定义如下。

**定义5.2.** 对于任意的联合 $u$ -稀疏块和秩 $r$  矩阵 $\mathbf{X}$ , 如果以下关系成立

$$(1 - \delta_{u,r}) \|\mathbf{X}\|_F \leq \|\mathcal{A}(\mathbf{X})\|_2 \leq (1 + \delta_{u,r}) \|\mathbf{X}\|_F, \quad (5.14)$$

则线性映射 $\mathcal{A}(\cdot)$  满足SB&L-RIP, 其中 $\delta_{u,r}$  是使上述关系成立的最小常数。

与传统的低秩RIP<sup>[153]</sup> 和块RIP<sup>[154]</sup> 定义相比, 本研究点定义的稀疏块和低秩RIP 提供了更严格的限制性质, 它适用于联合 $u$ -稀疏块和低秩矩阵。在下文中, 定理5.1给出了足以确保 $\mathcal{A}(\cdot)$  满足SB&L-RIP 的所需测量界限。基于此, 带有映射 $\mathcal{A}(\cdot)$  的问题(5.13) 可以实现稳健的块稀疏和低秩矩阵恢复。

**定理5.1.** 对于任何 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M_1 \times DN}$ 、 $0 < \delta < 1$  和 $t > 1$ , 令线性映射 $\mathcal{A}(\cdot) : \mathbb{C}^{M_1 \times DN} \rightarrow \mathbb{C}^{B_p M_p}$  遵循以下条件

$$P_r \left( \left| \|\mathcal{A}(\mathbf{X})\|_2^2 - \|\mathbf{X}\|_F^2 \right| > \delta \|\mathbf{X}\|_F^2 \right) \leq \exp(-c B_p M_p), \quad (5.15)$$

其中 $c$  是给定 $t$  后相应的固定参数。给定整数 $u$  和 $N$ , 如果测量量满足以下条件:

$$\begin{aligned} B_p M_p \geq & \kappa_1 \left( \Theta \log \frac{N}{\Theta} + \Theta + \Theta p_{\max} L_{\max} \log \frac{D}{p_{\max} L_{\max}} \right. \\ & \left. + \Theta p_{\max} L_{\max} + (\Theta p_{\max} L_{\max} + M_1 + 1) r \right), \end{aligned} \quad (5.16)$$

则映射 $\mathcal{A}(\cdot)$  满足SB&L-RIP的概率大于 $1 - \bar{C}e^{-\kappa_0}$ , 其中常数 $\delta_{\bar{u},r} < \delta$ , 阶数 $\bar{u} := [1 + (t - 1)p_{\max}^2 L_{\max}]u$ ,  $\kappa_0$ 、 $\kappa_1$  和 $\bar{C}$  是给定 $\delta_{\bar{u},r}$  后相应的常量,  $\Theta = \bar{u}/p_{\min}^2 L_{\min}$ ,  $p_{\max}$  和 $p_{\min}$  分别是 $p_n, n = \{1, 2, \dots, N\}$  的最大值和最小值,  $L_{\max}$  和 $L_{\min}$  分别为 $L_n, n = \{1, 2, \dots, N\}$  的最大值和最小值。

*证明:* 见附录C.1. □

根据定理5.1, 问题(5.13) 与映射 $\mathcal{A}(\cdot)$  ( $\mathcal{A}(\mathbf{X}) \neq \mathbf{0}$ ) 以大于 $1 - \bar{C}e^{-\kappa_0}$  的概率实现了阶数为 $\bar{u}$  的稳健联合 $u$ -稀疏块和低秩矩阵恢复。因此, 本研究点可以去除问题(5.10) 中的Frobenius 范数约束。虽然在问题(13) 中没有促进块稀疏性的约束项, 但促进 $\mathbf{X}$  元素稀疏性的 $l_0$  范数足以准确恢复 $\mathbf{X}$ 。注意去除(5.10) 中的Frobenius 范数约束不会改变 $\mathbf{X}$  的搜索空间, 这是因为(5.10) 和(5.13) 都在整个复数中搜索解。

**注5.1.** 注意 $\Theta = \bar{u}/p_{\min}^2 L_{\min}$  相当于激活设备的数量。定理5.1 给出了实现可靠激活检测所需的前导序列长度、基站天线数量和设备数量之间的关系。在较小的 $ut$  (mmW/THz 宽带

大规模接入系统中的合理假设)的情况下,本研究点从定理5.1推导出的用于恢复联合 $u$ -稀疏块和低秩矩阵所需的测量量显著小于目前已经推导出的理论测量值界限<sup>[155]</sup>。

证明: 见附录C.2. □

### 5.3.2 探究多重已知的秩

正如系统模型中分析的那样,设备状态矩阵 $\mathbf{X}_n$ 的秩不是随机的,而是等于簇的数量 $L_n$ 。而mmW/THz信道的簇数量通常非常有限,例如2-3个,具体数目可以通过信道跟踪<sup>[147]</sup>来获得。受此启发,本小节通过以下多重秩已知问题寻求(5.13)的近似解

$$\begin{aligned} \arg \min_{\{\mathbf{X}_n\}_{n=1}^N} & \frac{1}{2} \left\| \sum_{n=1}^N \mathbf{B}\mathbf{X}_n\mathbf{A}_n - \mathbf{Y} \right\|_F^2 + \nu \sum_{n=1}^N \|\mathbf{X}_n\|_{l_1} \\ \text{s.t.} & \text{rank}(\mathbf{X}_n) = L_{\max}, \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (5.17)$$

这里,将非激活设备状态矩阵的秩放宽为 $L_{\max}$ ,即最大簇数。由于非激活设备的设备状态矩阵无限接近零矩阵,秩松弛也不会改变原始问题(5.10)的解。考虑到 $l_0$ 范数的非凸性,本研究点用 $l_1$ 范数来近似 $l_0$ 范数。多重秩约束造成问题(5.17)是非凸和NP难的。为了应对这一挑战,本研究点探究秩- $L_{\max}$ 矩阵的乘积的商流形技术。

一般情况下,基于商流形的算法很难解决复域中的非平方固定秩约束问题(5.17)。对于这样的问题,一种有效的方法是Burer-Monteiro分解<sup>[156]</sup>,它优化的是矩阵的低秩因子,而不是原始完整的矩阵。文献<sup>[157]</sup>已经使用Burer-Monteiro提升解决了拓扑合作问题。受这些观察的启发,本小节将Burer-Monteiro分解和半定提升应用到多重固定秩约束的优化问题(5.17)中。具体来说,首先进行低秩分解,即 $\mathbf{X}_n = \mathbf{J}_n\mathbf{R}_n^H$ ,其中 $\mathbf{J}_n \in \mathbb{C}^{M_1 \times L_{\max}}$ 和 $\mathbf{R}_n \in \mathbb{C}^{D \times L_{\max}}$ 是列满秩矩阵,即其列是线性无关的。然后,通过定义 $\mathbf{S}_n = [\mathbf{J}_n^H, \mathbf{R}_n^H]^H \in \mathbb{C}^{(D+M_1) \times L_{\max}}$ ,可以提升 $\mathbf{X}_n$ 为如下的分解形式

$$\mathbf{S}_n\mathbf{S}_n^H = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_n\mathbf{J}_n^H & \mathbf{J}_n\mathbf{R}_n^H \\ \mathbf{R}_n\mathbf{J}_n^H & \mathbf{R}_n\mathbf{R}_n^H \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

接下来,引入两个辅助矩阵 $\mathbf{P}_1 = [\mathbf{I}_D \ \mathbf{0}] \in \mathbb{C}^{M_1 \times (D+M_1)}$ 和 $\mathbf{P}_2 = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}_{M_1}]^T \in \mathbb{C}^{(D+M_1) \times D}$ 。将 $\mathbf{S}_n\mathbf{S}_n^H$ 的两边分别乘以 $\mathbf{P}_1$ 和 $\mathbf{P}_2$ 后, $\mathbf{X}_n$ 满足因式分解 $\mathbf{X}_n = \mathbf{P}_1\mathbf{S}_n\mathbf{S}_n^H\mathbf{P}_2$ 。

此外,定义乘积流形 $\mathcal{M}^N$ 为

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^N &= \mathcal{M}_1 \times \mathcal{M}_2 \times \dots \times \mathcal{M}_N, \\ \mathcal{M}_n &= \{\mathbf{S}_n \in \mathbb{C}^{(D+M_1) \times L_{\max}} : \text{rank}(\mathbf{S}_n) = L_{\max}\}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

其中 $\mathcal{M}^N$ 是矩阵 $\{\mathbf{S}_n\}_{n=1}^N$ 的集合,而 $\mathcal{M}_n$ 是一个非紧致的Stiefel流形,表示一组 $(D + M_1) \times L_{\max}$ 维度的列线性无关的矩阵。因此,问题(5.17)可以重写为以下无约束问题,其中 $\mathbf{S}_n \in \mathbb{C}^{(D+M_1) \times L_{\max}}$ 是优化变量

$$\arg \min_{\{\mathbf{S}_n\}_{n=1}^N \in \mathcal{M}^N} f(\{\mathbf{S}_n\}_{n=1}^N) = \frac{1}{2} \left\| \sum_{n=1}^N \mathbf{B} \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_n - \mathbf{Y} \right\|_F^2 + \nu \sum_{n=1}^N \sum_{i,j} (|\mathbf{v}_i \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2 \mathbf{v}_j| - \frac{1}{\varrho} \ln(1 + \varrho |\mathbf{v}_i \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2 \mathbf{v}_j|)), \quad (5.20)$$

其中 $\varrho > 0$ 是可调参数, $\mathbf{v}_i$ 和 $\mathbf{v}_j$ 用于提取矩阵 $\mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2$ 中位于第 $i$ 行和第 $j$ 列的元素值。注意到问题(5.17)中的 $l_1$ 范数是不光滑的,这阻碍了问题(5.20)的求解。因此,本研究点将 $\|\mathbf{X}_n\|_1$ 中的元素用对数平滑函数 $g(x) = |x| - \frac{1}{\varrho} \ln(1 + \varrho |x|)$ 来替换<sup>[47]</sup>。一旦问题(5.20)的解 $\hat{\mathbf{S}}_n, \forall n$ 求出来后,设备状态矩阵的估值 $\hat{\mathbf{X}}_n, \forall n$ 可以通过计算 $\hat{\mathbf{X}}_n = \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{S}}_n \hat{\mathbf{S}}_n^H \mathbf{P}_2, \forall n$ 而得到。

### 5.3.3 乘积流形上的一阶搜索

尽管问题(5.20)是平滑的,但是矩阵 $\mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H$ 关于秩- $L_{\max}$ 的因式分解不是唯一的,这阻止了最优解的寻找。因此,本研究点使用乘积流形 $\mathcal{M}^N, n = 1, 2, \dots, N$ 的等价类,具体形式如下所示

$$[\mathcal{S}] = \{[\mathbf{S}_n]\}_{n=1}^N = \{\mathbf{S}_n \mathbf{Q}_n : \mathbf{Q}_n^H \mathbf{Q}_n = \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H = \mathbf{I}, \mathbf{Q}_n \in \mathbb{C}^{L_{\max} \times L_{\max}}\}_{n=1}^N. \quad (5.21)$$

此处, $[\mathcal{S}]$ 代表商空间,用 $\mathcal{M}^N / \sim$ 表示。这里 $\mathcal{M}^N$ 为非紧Stiefel流形 $\mathcal{M}_n$ 的乘积, $\mathcal{M}^N$ 被视为总空间。因此,问题(5.20)可以转换为

$$\arg \min_{\{[\mathbf{S}_n]\}_{n=1}^N \in \mathcal{M}^N / \sim} f(\{[\mathbf{S}_n]\}_{n=1}^N). \quad (5.22)$$

因为乘积流形的流形拓扑等价于各个拓扑的乘积<sup>[122]</sup>,所以基于乘积流形 $\mathcal{M}^N$ 的问题(5.22)可以在单个流形 $\mathcal{M}_n$ 上处理。 $\mathcal{M}^N$ 在 $\mathcal{S}$ 处的切线空间 $\mathcal{T}_{\mathcal{S}} \mathcal{M}^N$ 可以看作是 $\mathcal{M}_n$ 在 $\mathbf{S}_n$ 的切线空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}$ 关于 $n = 1, 2, \dots, N$ 的乘积。

下面的等式提供了关于单个流形的黎曼度量<sup>[122]</sup>,它是平滑变化的内积形式,即

$$g_{\mathbf{S}_n}(\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}, \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}) = \text{Tr}(\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}^H \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n} + \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^H \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}), \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}, \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n} \in \mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}_n. \quad (5.23)$$

任何方向 $\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}$ 到水平空间 $\mathcal{H}_{\mathbf{S}_n}$ 在点 $\mathbf{S}_n$ 的投影由 $\Pi_{\mathcal{H}_{\mathbf{S}_n}}(\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}) = \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n} - \mathbf{S}_n \mathcal{B}$ 给出,其中 $\mathcal{B}$ 是大小为 $L_{\max} \times L_{\max}$ 的复矩阵,它是以下李雅普诺夫方程的解: $\mathbf{S}_n^H \mathbf{S}_n \mathcal{B} + \mathcal{B} \mathbf{S}_n^H \mathbf{S}_n = \mathbf{S}_n^H \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n} - \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{S}_n}^H \mathbf{S}_n$ <sup>[122]</sup>。

基于(5.23)中的黎曼度量，可以推导出在切线空间中表示的黎曼梯度，以最小化(5.22)中的目标函数。定义 $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1^H, \mathbf{S}_2^H, \dots, \mathbf{S}_N^H]^H$ ，那么黎曼梯度 $\text{grad}_{\mathbf{S}_n} f$ 应该满足以下条件

$$g_{\mathbf{S}_n}(\text{grad}_{\mathbf{S}_n} f, \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}) = \mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S})[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}], \forall \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n} \in \mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}, \quad (5.24)$$

其中

$$\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S})[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}] := \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{S})|_{\mathbf{S}_n + t\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}} - f(\mathbf{S})|_{\mathbf{S}_n}}{t}, \quad (5.25)$$

是 $f(\mathbf{S})$ 沿着方向 $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}$ 的关于变量 $\mathbf{S}_n$ 的方向导数。因此黎曼梯度可以表示为 $\text{grad}_{\mathbf{S}_n} f = \Pi_{\mathcal{H}_{\mathbf{S}_n}}(\frac{1}{2}\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S}))$ ，其中 $\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S})$ 是 $f(\mathbf{S})$ 关于变量 $\mathbf{S}_n$ 的欧式梯度。将(5.20)中的目标函数代入 $\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S})$ ，可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2} \mathbf{P}_1^T \mathbf{B}^H \left( \sum_{n=1}^N \mathbf{B} \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_n - \mathbf{Y} \right) \mathbf{A}_n^H \mathbf{P}_2^T \mathbf{S}_n \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_n \left( \sum_{n=1}^N \mathbf{B} \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_n - \mathbf{Y} \right)^H \mathbf{B} \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \\ &+ \mathbf{P}_1^T \left( (\nu \varrho \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2) ./ (\mathbf{I} + \text{sgn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2) \varrho) \right) \mathbf{P}_2^T \mathbf{S}_n \\ &+ \mathbf{P}_2 \left( (\nu \varrho \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2) ./ (\mathbf{I} + \text{sgn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n \mathbf{S}_n^H \mathbf{P}_2) \varrho) \right)^H \mathbf{P}_1 \mathbf{S}_n, \end{aligned} \quad (5.26)$$

其中 $./$ 表示按元素相除，如果 $x_{md} > 0$ ，矩阵 $\text{sgn}(\mathbf{X})$ 的第 $(m, d)$ 个元素等于1；如果 $x_{md} = 0$ ，则第 $(m, d)$ 个元素等于0；如果 $x_{md} < 0$ ，则 $\text{sgn}(\mathbf{X})$ 中的相应元素等于-1。

接下来需要确定切线空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}_n$ 中的搜索方向。流形 $\mathcal{M}_n$ 上的回缩是从 $\mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}_n$ 到 $\mathcal{M}_n$ 映射的一个平滑的切线。它可用于将流形 $\mathcal{M}_n$ 上的优化问题转换到更好处理的切线空间 $\mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}_n$ 中<sup>[122]</sup>。本章为了确保搜索变量的每次更新都位于流形上，采用了以下有效的回缩

$$\mathcal{R}_{\mathbf{S}_n}(\mu \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}) = \mathbf{S}_n + \mu \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}, \quad (5.27)$$

其中 $\mu > 0$ 是步长， $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n} \in \mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}_n$ 是搜索方向。这种回缩可以提供一种有效的计算方法来平滑地选择流形上的移动曲线。现在，本研究点提供两种低复杂度的一阶搜索方法来确定方向 $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}$ 。

第一种方法将第 $t$ 次迭代中的负加权黎曼梯度设置为搜索方向，由下式给出

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t = -\frac{1}{g_{\mathbf{S}_n}(\mathbf{S}_n^t, \mathbf{S}_n^t)} \text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f. \quad (5.28)$$

本研究点将基于负加权黎曼梯度的恢复算法称为基于黎曼梯度的多重秩已知稀疏恢复(Riemannian Gradient Decent-Based Multi-Rank Aware Sparse Recovery, RG-MRAS)算法。

第二种选择搜索方向的方法为

$$\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^{t+1} = -\text{grad}_{\mathbf{S}_n} f + o_n^t \mathfrak{S}_{\mu^t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t), \quad (5.29)$$

其中  $\mathfrak{S}_{\mu \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n})$  是向量转换运算符，因此  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}$  是从  $\mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}$  转换到  $\mathcal{R}_{\mathbf{S}_n}(\mu \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n})$  的。矢量转换与  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t$  [122] 共线，而其中的参数  $o_n^t$  设置如下：

$$o_n^t = \frac{g_{\mathbf{S}_n}^{t+1}(\text{grad}_{\mathbf{S}_n^{t+1}} f, \text{grad}_{\mathbf{S}_n^{t+1}} f - \mathfrak{S}_{\mu^t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t}(\text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f))}{g_{\mathbf{S}_n}^t(\text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f, \text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f)}. \quad (5.30)$$

相应地，本研究点将基于上述黎曼共轭梯度的算法称为基于黎曼共轭梯度的多重秩已知稀疏恢复（Riemannian Conjugate Gradient-Based Multi-Rank Aware Sparse Recovery, RC-MRAS）算法。

确保所提出的搜索算法RG-MRAS和RC-MRAS收敛的关键步骤是初始化点的选择。传统上，频谱方法可以提供有效的初始化点。然而，由于  $\mathbf{B}^H \mathbf{Y} \mathbf{A}_n^H$  的维数很高，获得其特征向量具有极高的计算复杂度。而且，传统的初始化方法需要超过  $\max(D, M_1) \log(\max(D, M_1))$  个数据样本。基于此分析，本研究点采用截断谱初始化方法。具体来说，将  $\mathbf{Y}$  替换为  $\mathbf{Y}^{\text{tru}}$ ，其中第  $(l, m)$  个元素  $y_{l,m}^{\text{tru}}$  设置为

$$y_{l,m}^{\text{tru}} = \begin{cases} y_{l,m}, & \text{如果 } y_{l,m} \leq \frac{\omega}{M_p B_p} \sum_{l=1}^{M_p} \sum_{m=1}^{B_p} y_{l,m}, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (5.31)$$

其中  $\omega > 0$ 。实际上，当  $M_p B_p$  足够大时， $\mathbf{B}^H \mathbf{Y}^{\text{tru}} \mathbf{A}_n^H$  的前导特征向量是(5.20)解的精确近似值。基于表达式(5.31)，初始值  $\mathbf{S}_n^0$  可以通过特征分解得到，具体值如算法5.1中所示。

一旦得到设备状态矩阵的估计  $\hat{\mathbf{X}}_n$ ，可以根据阈值法来检测设备激活状态。具体来说，激活设备  $n$  的指示标志  $\hat{\chi}_n$  的计算如下

$$\hat{\chi}_n = \begin{cases} 1, & \text{if } \left\| \hat{\mathbf{X}}_n \right\|_F^2 \geq v_1 \max_{1 \leq n \leq N} \left\| \hat{\mathbf{X}}_n \right\|_F^2, \\ 0, & \text{if } \left\| \hat{\mathbf{X}}_n \right\|_F^2 < v_1 \max_{1 \leq n \leq N} \left\| \hat{\mathbf{X}}_n \right\|_F^2. \end{cases} \quad (5.32)$$

这里， $v_1$  是根据考虑的信道模型设置的。具体地， $v_1$  被设置为生成的信道系数 [47] 的最小和最大幅度的比率。之后，CSI 可以估计为  $\hat{\mathbf{H}}_k = \mathbf{A}_\theta \hat{\mathbf{X}}_k \mathbf{A}_r^H, \forall k \in \hat{\mathcal{K}}$ 。具体的初始化过程和设计的多重秩已知稀疏恢复（Multi-Rank Aware Sparse Recovery, MRAS）算法在算法5.1中给出。

综上所述，所提出的算法是在给定的低秩矩阵集上设计的，这使得稀疏信号恢复算法更加有效。另一方面，所提出的算法是基于乘积流形上的一阶搜索，从而减少了搜索空间

**算法 5.1** 基于多重秩已知稀疏恢复 (MRAS) 的 JADCE 算法

- 1: 输入: 基站接收信号  $\mathbf{Y}$ , 矩阵  $\mathbf{B}$ ,  $\{\mathbf{A}_n\}_{n=1}^N$ , 最大迭代次数  $T$ , 步长  $\mu^0 = \dots = \mu^T = \mu$ , 设备索引  $n = 1$ , 迭代次数索引  $t = 0$ ;
- 2: 截断初始化:
- 3: 根据(5.31)设置矩阵  $\mathbf{Y}^{\text{tru}}$ ;
- 4: **while**  $n \leq N$  **do**
- 5: 让  $\tilde{\mathbf{J}}_n^0 \Sigma_n^0 \tilde{\mathbf{R}}_n^0$  表示  $\mathbf{B}^H \mathbf{Y}^{\text{tru}} \mathbf{A}_n^H$  的秩- $L_{\max}$  特征值分解;
- 6: 设置  $\mathbf{S}_n^0 = [\mathbf{J}_n^{0H}, \mathbf{R}_n^{0H}]^H$ , 其中  $\mathbf{J}_n^0 = \tilde{\mathbf{J}}_n^0 \sqrt{\Sigma_n^0}$  和  $\mathbf{R}_n^0 = \sqrt{\Sigma_n^0} \tilde{\mathbf{R}}_n^0$ ;
- 7: 更新  $n \leftarrow n + 1$ ;
- 8: **end while**
- 9: **if** RG-MRAS **then**
- 10: **while**  $t \leq T$  **do**
- 11:  $\forall n: \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t = -\frac{1}{g_{\mathbf{S}_n^t}(\mathbf{S}_n^t, \mathbf{S}_n^t)} \text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f$ ;
- 12:  $\forall n: \mathbf{S}_n^{t+1} = \mathcal{R}_{\mathbf{S}_n}(\mu^t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t)$ ;
- 13: 更新  $t \leftarrow t + 1$ ;
- 14: **end while**
- 15: **else if** RC-MRAS **then**
- 16: **while**  $t \leq T$  **do**
- 17:  $\forall n$ : 根据(5.30)计算参数  $o_n^t$ ;
- 18:  $\forall n: \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^{t+1} = -\text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f + o_n^t \mathfrak{S}_{\mu^t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t}(\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^t)$ ;
- 19:  $\forall n: \mathbf{S}_n^{t+1} = \mathcal{R}_{\mathbf{S}_n}(\mu^t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}^{t+1})$ ;
- 20: 更新  $t \leftarrow t + 1$ ;
- 21: **end while**
- 22: **end if**
- 23: 激活设备检测:
- 24:  $\forall n: \hat{\mathbf{S}}_n = \mathbf{S}_n^{T+1}$ ;
- 25: 恢复设备状态矩阵:  $\forall n: \hat{\mathbf{X}}_n = \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{S}}_n \hat{\mathbf{S}}_n^H \mathbf{P}_2$ ;
- 26: 设置阈值:  $\hat{\mathcal{K}} = \left\{ n : \left\| \hat{\mathbf{X}}_n \right\|_F^2 \geq v_1 \max_{1 \leq n \leq N} \left\| \hat{\mathbf{X}}_n \right\|_F^2 \right\}$ ;
- 27: 信道估计:  $\hat{\mathbf{H}}_k = \mathbf{A}_\theta \hat{\mathbf{X}}_k \mathbf{A}_\tau^H, \forall k \in \hat{\mathcal{K}}$ .

的大小并很好地结合了低秩信息。此外, 本研究点对  $l_1$  范数的和应用了对数平滑方法, 这避免了用分段平滑函数可能带来的异常。



### 5.3.4 计算复杂度分析

本小节分析了所提出的MRAS算法的计算复杂度。当 $D$ 和 $M_1$ 具有相同数量级时，MRAS的计算负担主要来自三个方面：(1)  $\text{grad}_{\mathbf{s}_n} f$ 的计算复杂度有两种情况，即当 $M_1 < B_p$ 时，计算复杂度为 $\mathcal{O}(M_p B_p D N)$ ；否则复杂度为 $\mathcal{O}(\min(M_p, B_p) D M_1 N)$ 。(2) (5.23)中黎曼度量的计算复杂度为 $\mathcal{O}(L_{\max}^2 D)$ 。(3) (5.27)中引入的回缩的计算复杂度为 $\mathcal{O}(D L_{\max})$ 。

本小节从计算复杂度方面将所提出的MRAS算法与四种基线方案算法进行了比较，包括AMP算法<sup>[159]</sup>，FISTA算法<sup>[140]</sup>，正交匹配追踪（Orthogonal Matching Pursuit, OMP）算法<sup>[89]</sup>，以及(5.10)中的基准方法，它是通过用核范数替换 $\text{rank}(\mathbf{X})$ 来解决此问题的。比较结果见表5.1。从表中可以看出，所提出的MRAS算法的计算复杂度优于其他四种基准算法。在实际的6G mmW/THz宽带大规模接入系统中，由于设备随机接入网络且其激活状态随时间变化，亟需低复杂度的设备检测算法来缩短接入时延。因此，本研究点很好的解决了这个问题。另外，尽管可以通过使用基站所有天线上的信号来增强检测性能，但由于天线阵列庞大，这会导致mmW/THz宽带系统的计算复杂度过高。本研究点选择基站天线的子集策略可以将算法的复杂度从 $\mathcal{O}(M B D N)$ 降低到 $\mathcal{O}(M_p B_p D N)$ 。

表 5.1 MRAS算法和基准算法的计算复杂度比较

方案	计算复杂度
MRAS	$\begin{cases} \mathcal{O}(M_p B_p D N), & \text{如果 } M_1 < B_p \\ \mathcal{O}(\min(M_p, B_p) D M_1 N), & \text{如果 } M_1 \geq B_p \end{cases}$
AMP <sup>[159]</sup>	$\mathcal{O}(B_p M_p N D M_1)$
FISTA <sup>[140]</sup>	$\mathcal{O}(B_p M_p N D M_1)$
OMP <sup>[89]</sup>	$\mathcal{O}(N^3 L_{\max}^3 p^6 + B_p M_p N D M_1)$
Baseline in (5.10)	$\mathcal{O}((B_p^6 M_p^6 + N^6 D^6 M_1^6))$

## 5.4 收敛性分析

本节重点分析所提出的RG-MRAS算法的收敛性<sup>1</sup>。为了分析方便，下面首先给出一些关于(5.20)中损失函数的说明。由于(5.20)中基于对数的正则化项是凸的且平滑的，为了便于分析，本节可以通过设置 $\nu = 0$ 来简化它，相应的代价是获得了一个相对松弛的界限。

<sup>1</sup>所提出的RC-MRAS算法的收敛性可以根据<sup>[160]</sup>中的结果得到保证。

由于  $(\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S}))^H \mathbf{S}_n = \mathbf{S}_n^H \mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S})$ , 可以得出  $\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S})$  已经处于水平空间中。那么, 算法5.1 中回缩  $\mathcal{R}_{\mathbf{S}_n}(\mu^t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n})$  的迭代可以写成

$$\mathbf{S}_n^{t+1} = \mathbf{S}_n^t - \mu^t \frac{1}{g_{\mathbf{S}_n^t}(\mathbf{S}_n^t, \mathbf{S}_n^t)} \text{grad}_{\mathbf{S}_n^t} f = \mathbf{S}_n^t - \mu^t \frac{1}{2 \|\mathbf{S}_n^t\|_F^2} \mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S}). \quad (5.33)$$

对于  $\mathcal{T}_{\mathbf{S}_n} \mathcal{M}_n$  中的所有  $\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}$ , 可以计算出  $f(\mathbf{S}_n)$  在点  $\mathbf{S}_n$  的黑塞矩阵为

$$\text{Hess}_{\mathbf{S}_n} f[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}] = \mathcal{H}_{\mathbf{S}_n} \left( \lim_{t \rightarrow 0} (\mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S}_n + t \boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}) - \mathcal{D}_{\mathbf{S}_n} f(\mathbf{S}_n)) / t \right). \quad (5.34)$$

因此, 关于所有设备的黎曼黑塞矩阵可以表示为

$$\text{Hess} f(\mathbf{S}) = \text{diag}(\{\text{Hess}_{\mathbf{S}_n} f[\boldsymbol{\eta}_{\mathbf{S}_n}]\}_{n=1}^N). \quad (5.35)$$

将  $\mathbf{S}_n = [\mathbf{J}_n^H, \mathbf{R}_n^H]^H$  代入(5.9)并取期望, 可以得到  $y_q = \sum_{n=1}^N \mathbf{b}_q^H \mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*H} \mathbf{a}_{nq} + z_q$ ,  $1 \leq q \leq M_p B_p$ , 其中  $\mathbf{J}_n^*$  和  $\mathbf{R}_n^*$  满足分解  $\mathbf{X}_n^* = \mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*H}$ 。这里  $\mathbf{X}_n^*$  代表真实的设备状态矩阵。  $y_q$  和  $z_q$  分别表示  $\text{vec}(\mathbf{Y})$  和  $\text{vec}(\mathbf{Z})$  的第  $q$  个元素。  $\mathbf{b}_q \in \mathbb{C}^{M_1}$  和  $\mathbf{a}_{nq} \in \mathbb{C}^D$  分别表示

$$\boldsymbol{\varsigma} \otimes [\mathbf{B}(1, :), \mathbf{B}(2, :), \dots, \mathbf{B}(M_p, :)] \quad (5.36)$$

和

$$\boldsymbol{\varsigma} \otimes \underbrace{[\mathbf{A}_n(:, 1), \dots, \mathbf{A}_n(:, 1)]}_{M_p}, \dots, \underbrace{[\mathbf{A}_n(:, B_p), \dots, \mathbf{A}_n(:, B_p)]}_{M_p} \quad (5.37)$$

的第  $q$  个块。对于任意的  $1 \leq q \leq M_p B_p$ , 有  $\boldsymbol{\varsigma} = [1, 1, \dots, 1] \in \mathbb{R}^{B_p}$ ,  $\sum_{q=1}^{B_p M_p} \mathbf{b}_q \mathbf{b}_q^H = \mathbf{I}$ 。加性噪声  $z_q$  服从 i.i.d. 复高斯分布。

令  $\mathbf{S}^*$  代表  $\mathbf{S}$  的最优值。为了证明收敛性, 本研究点将  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{S}^*$  之间的差距定义为以下函数:

$$\text{dist}(\mathbf{S}, \mathbf{S}^*) = \sqrt{\sum_{n=1}^N \left[ \min_{\vartheta_n \in \mathbb{C}} \frac{\left( \left\| \frac{1}{\vartheta_n} \mathbf{J}_n - \mathbf{J}_n^* \right\|_F^2 + \|\vartheta_n \mathbf{R}_n - \mathbf{R}_n^*\|_F^2 \right)}{\|\mathbf{J}_n^*\|_F^2 + \|\mathbf{R}_n^*\|_F^2} \right]}, \quad (5.38)$$

其中  $\vartheta_n$  是对齐参数。直观地说,  $\mathbf{J}_n^*$  和  $\mathbf{b}_q$  之间的相关性越小, 解决 JADCE 问题<sup>[161]</sup> 所需的前导序列长度就越短。因此, 在推导出收敛定理之前, 下面定义了对收敛性的证明至关重要的不相干参数。

**定义5.3.** 定义  $\mathbf{J}_n^*$  的不相干参数  $\beta$  为使下式成立的最小的值

$$\max_{1 \leq n \leq N, 1 \leq q \leq M_p B_p} \|\mathbf{b}_q^H \mathbf{J}_n^*\|_2 \leq \frac{\beta}{\sqrt{M_p B_p}} \|\mathbf{J}_n^*\|_F. \quad (5.39)$$

不相干参数描述了信号  $\mathbf{J}_n^*$  的频谱平坦度。

接下来, 本节给出定理5.2, 它保证RG-MRAS 的迭代将保留在不相干和收缩区域 (Region of Incoherence and Contraction, RIC) 内。因此, RG-MRAS 算法在有限迭代次数内可以收敛到最优解。

**定理5.2.** 假设步长 $\mu^t$  是一个足够小的常数, 并且存在一个足够大的正常数 $C$ , 如果维度 $M_p$  和 $B_p$  的乘积满足 $M_p B_p \geq CK^2 \omega^4 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^8(M_p B_p)$ , 则RG-MRAS 的迭代以超过 $1 - c_1(M_p B_p)^{-c_3} - c_1(M_p B_p)e^{-c_2}$  的概率满足以下关系

$$\text{dist}(\mathbf{S}^t, \mathbf{S}^*) \leq C_1 \left(1 - \frac{\mu}{16\omega}\right)^t \frac{1}{\log^2(M_p B_p)}, \quad (5.40)$$

$$\max_{1 \leq n \leq N, 1 \leq q \leq M_p B_p} \|\mathbf{a}_{nq}^H (\vartheta_n^t \mathbf{R}_n^t - \mathbf{R}_n^*)\|_2 \|\mathbf{R}_n^*\|_F^{-1} \leq C_2 \frac{1}{\sqrt{K} \log^{1.5} M_p B_p}, \quad (5.41)$$

$$\max_{1 \leq n \leq N, 1 \leq q \leq M_p B_p} \left\| \mathbf{b}_q^H \frac{1}{\vartheta_n^t} \mathbf{J}_n^t \right\|_2 \|\mathbf{J}_n^*\|_F^{-1} \leq C_3 \frac{\beta}{\sqrt{M_p B_p}} \log^2(M_p B_p), \quad (5.42)$$

这里迭代 $t > 0$ ,  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ 、 $C_1$ 、 $C_2$  和 $C_3$ 为正的常量,  $\omega = \frac{\max_n \|\mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*H}\|_F}{\min_n \|\mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*H}\|_F} \geq 1$ ,  $n = \{1, 2, \dots, N\}$  表示条件数, 其中 $\max_n \|\mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*H}\|_F = 1$ , 并且 $\|\mathbf{R}_n^*\|_F = \|\mathbf{J}_n^*\|_F$ 。

下面将分三步证明定理5.2。

#### 5.4.1 RIC 区域的表征

本小节首先表征RIC 的区域, RIC 的区域中的损失函数应该满足受限的强凸性和平滑性。首先, 通过在 $\mathbf{a}_{nq}$  和 $\mathbf{R}_n$  上应用高斯集中不等式和联合界<sup>[161]</sup>, 可以得到以下结果:

**命题5.1.** 矢量 $\mathbf{a}_{nq} \in \mathbb{C}^{D \times 1}$  以概率 $1 - c_1 M_p B_p \exp(-c_2)$  满足

$$\max_{1 \leq q \leq B_p M_p} \|\mathbf{a}_{nq}\|_2 \leq 3\sqrt{D}, \quad (5.43)$$

而且以下不等式以概率 $1 - \mathcal{O}((M_p B_p)^{-10})$  成立

$$\max_{1 \leq q \leq B_p M_p} \|\mathbf{a}_{nq}^H \mathbf{R}_n\|_2 \leq 5\sqrt{\log(M_p B_p)}. \quad (5.44)$$

结合命题5.1和黎曼黑塞矩阵, 有以下引理。

**引理5.1.** (JADCE 的受限强凸性和平滑性): 给定一个很小的正常数 $\kappa$ , 如果 $M_p B_p \gg CK^2 \omega^2 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^5(M_p B_p)$ , 则对于任意的矢量 $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1^H, \dots, \mathbf{u}_n^H]^H$ , 黎曼黑塞矩阵至少以

概率 $\mathcal{O}((M_p B_p)^{-10})$ 满足

$$\mathbf{u}^H (\mathbf{D} \text{Hess} f(\mathbf{S}) + \text{Hess} f(\mathbf{S}) \mathbf{D}) \mathbf{u} \geq \frac{1}{4\omega} \|\mathbf{u}\|_F^2, \quad (5.45)$$

和

$$\|\text{Hess} f(\mathbf{S})\|_F \leq 2 + K, \quad (5.46)$$

这里,

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_n &= [(\mathbf{R}_n - \bar{\mathbf{R}}_n)^H \quad (\mathbf{J}_n - \bar{\mathbf{J}}_n)^H \quad (\mathbf{R}_n - \bar{\mathbf{R}}_n)^T \quad (\mathbf{J}_n - \bar{\mathbf{J}}_n)^T]^H, \\ \mathbf{D} &= \text{diag} \left( \left\{ \text{diag}([\zeta_{n1}^\dagger \mathbf{I}_{M_1} \quad \zeta_{n2}^\dagger \mathbf{I}_D \quad \zeta_{n1}^\dagger \mathbf{I}_{M_1} \quad \zeta_{n2}^\dagger \mathbf{I}_D]^\dagger) \right\}_{n=1}^{n=N} \right), \end{aligned}$$

并且 $\mathbf{S}$ 满足

$$\max_{1 \leq n \leq N} \max \{ \|\mathbf{J}_n - \mathbf{J}_n^*\|_F, \|\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_n^*\|_F \} \leq \frac{\kappa}{\omega \sqrt{K}}, \quad (5.47)$$

$$\max_{1 \leq n \leq N, 1 \leq q \leq M_p B_p} \|\mathbf{a}_{nq}^H (\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_n^*)\|_2 \|\mathbf{R}_n^*\|_F^{-1} \leq 2C_2 \frac{1}{\sqrt{K} \log^{1.5} M_p B_p}, \quad (5.48)$$

$$\max_{1 \leq n \leq N, 1 \leq q \leq M_p B_p} \|\mathbf{b}_q^H \mathbf{J}_n\|_2 \|\mathbf{J}_n^*\|_F^{-1} \leq 2C_3 \frac{\beta}{\sqrt{M_p B_p}} \log^2(M_p B_p). \quad (5.49)$$

其中,  $(\zeta_{n1}, \zeta_{n2})_{n=1}^N$  满足  $\max_{1 \leq n \leq N} \max \{ |\zeta_{n1} - \frac{1}{\omega}|, |\zeta_{n2} - \frac{1}{\omega}| \} \leq \frac{\kappa}{\omega \sqrt{K}}$ , 并且矩阵  $\{(\bar{\mathbf{J}}_n, \bar{\mathbf{R}}_n)\}_{n=1}^N$  和  $\{(\mathbf{J}_n, \mathbf{R}_n)\}_{n=1}^N$  相互对齐, 即以下条件成立:

$$\|\mathbf{J}_n - \bar{\mathbf{J}}_n\|_F^2 + \|\mathbf{R}_n - \bar{\mathbf{R}}_n\|_F^2 = \min_{\vartheta \in \mathbb{C}} \left\{ \left\| \frac{1}{\vartheta^\dagger} \mathbf{J}_n - \bar{\mathbf{J}}_n \right\|_F^2 + \left\| \frac{1}{\vartheta^\dagger} \mathbf{R}_n - \bar{\mathbf{R}}_n \right\|_F^2 \right\}.$$

另外, 对于所有的  $n = 1, \dots, N$ , 以下关系成立

$$\max \{ \|\mathbf{J}_n - \mathbf{J}_n^*\|_F, \|\bar{\mathbf{J}}_n - \mathbf{J}_n^*\|_F, \|\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_n^*\|_F, \|\bar{\mathbf{R}}_n - \mathbf{R}_n^*\|_F \} \leq \frac{\kappa}{\omega \sqrt{K}}.$$

证明: 见附录C.3. □

引理5.1 表征了JADCE中使用的损失函数(5.20)的受限强凸性和平滑性。RIC的区域由(5.47)-(5.49)中的条件指定。具体来说, (5.47)以Frobenius范数为标准指定了接近真实目标的临近值, (5.48)和(5.49)分别指定了关于向量 $\mathbf{a}_{nq}$ 和 $\mathbf{b}_q$ 的不相干区域。引理5.1中的对角矩阵 $\mathbf{D}$ 考虑了距离 $\frac{1}{\omega}$ 附近的缩放因子, 这使本研究点能够为变量 $\mathbf{J}_n$ 和 $\mathbf{R}_n$ 设置不同的步长。

### 5.4.2 误差收缩

引理5.1 中(5.20) 的受限强凸性和平滑性允许本研究点建立误差收缩, 即根据(5.38) 中定义的差距测量值来分析RG-MRAS 算法的收敛性。相应的结果总结在引理5.2中。

**引理5.2.** 对于  $\mu^t > 0$  和  $M_p B_p \geq CK^2 \omega^4 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^5(M_p B_p)$ , 如果  $\mathbf{S}$  位于  $\text{RIC}$  内, 即不等式(5.41), (5.42) 和

$$\text{dist}(\mathbf{S}^t, \mathbf{S}^*) \leq \varpi, \quad (5.50)$$

成立, 则差距度量至少以概率  $1 - \mathcal{O}((M_p B_p)^{-10})$  满足

$$\text{dist}(\mathbf{S}^{t+1}, \mathbf{S}^*) \gg (1 - \frac{\mu^t}{16\omega}) \text{dist}(\mathbf{S}^t, \mathbf{S}^*), \quad (5.51)$$

其中  $C_2$  和  $C_3$  为常数,  $\varpi$  为足够小的常数。

证明: 见附录C.4. □

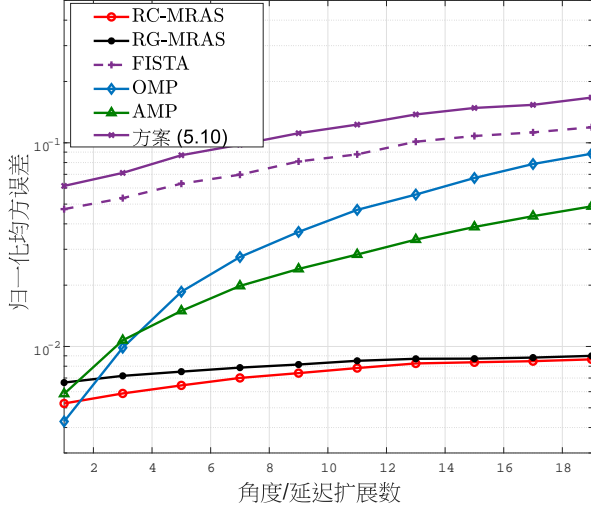
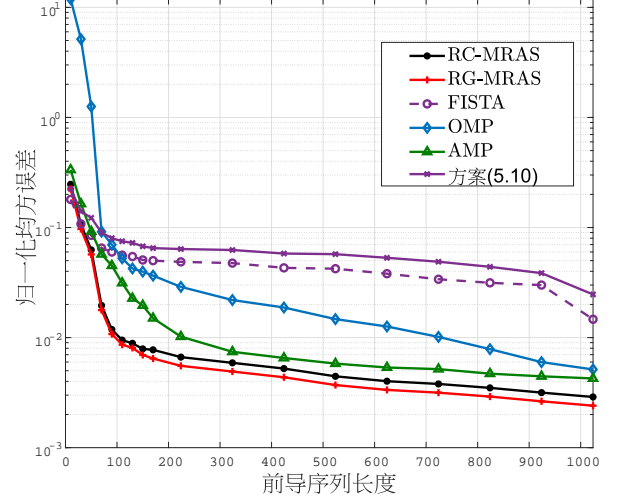
从引理5.2可知, 如果  $\mathbf{S}^t$  对于所有  $0 < t \leq T$  满足(5.41), (5.42) 和(5.50) 中的不等式, 则可以得到

$$\text{dist}(\mathbf{S}^t, \mathbf{S}^*) \leq \bar{\omega}^t \text{dist}(\mathbf{S}^0, \mathbf{S}^*), \quad (5.52)$$

其中  $\bar{\omega} := 1 - \frac{\mu}{16\omega}$ 。因此, RG-MRAS 算法将收敛到最优的解, 并且所有的迭代都将停留在  $\text{RIC}$  中。基于以上分析可知, 接下来只需要证明不等式(5.41), (5.42) 和(5.50) 成立即可。

### 5.4.3 留一法扰动理论

由于迭代  $\mathbf{S}^t$  和测量向量  $\mathbf{a}_{nq}$  之间的统计依赖性, 很难证明整个轨迹位于由(5.41), (5.42) 和(5.50) 确定的区域内。为了克服这一挑战, 本小节应用留一法扰动理论进行论证<sup>[161]</sup>。具体而言, 首先引入留一序列  $\mathbf{J}^{t,(q)}$  和  $\mathbf{R}^{t,(q)}$ , 这是剔除第  $q$  个样本之后再运行RG-MRAS 算法而得到的。在这种设置下,  $\mathbf{R}^{t,(q)}$  独立于样本  $\mathbf{a}_{nq}$ 。因为这种构造与原始问题仅相差一个样本, 所以对于  $t \geq 0$  和  $1 \leq q \leq M_p B_p$ , 分别有  $\mathbf{J}^{t,(q)} \approx \mathbf{J}^t$  和  $\mathbf{R}^{t,(q)} \approx \mathbf{R}^t$ 。接下来可以利用数学归纳的方式继续证明。综上所述, 保证条件(5.41), (5.42) 和(5.50) 成立的主要结果可以表述如下:


 图 5.1 延迟域和角度域扩展 $p$ 对NMSE的影响。

 图 5.2 前导序列长度 $B_p$ 对NMSE的影响。

**引理5.3.** 假设在第 $t$ 次迭代中, 测量量满足 $M_p B_p \gg CK^2 \omega^2 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^8(M_p B_p)$ , 并且 $\mathbf{S}^t$ 满足(5.41), (5.42)和(5.50)。那么, 在第 $(t+1)$ 次迭代中,  $\mathbf{S}^{t+1}$ 也至少以 $1 - \mathcal{O}((M_p B_p)^{-9})$ 的概率满足这些条件。此外, 当测量量满足 $M_p B_p \gg CK^2 \omega^2 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^6(M_p B_p)$ 时, 截断的初始点 $\mathbf{S}^0$ 也至少以 $1 - \mathcal{O}((M_p B_p)^{-9})$ 的概率满足这些条件。

*证明:* 见附录C.4。 □

引理5.1, 引理5.2和引理5.3联合推导出了定理5.2, 该定理给出了所提算法收敛对前导序列开销的要求, 以及基站天线子集的大小和激活设备数量之间的关系。由于激活设备数 $K$ 、簇数 $L_{\max}$ 和扩展参数有限, 定理2中 $M_p B_p$ 的下界比较小。

## 5.5 仿真实验与结果分析

本节研究了所提出的MRAS算法用于激活设备检测的AER性能和用于信道估计的NMSE性能。AER定义为漏检概率和虚警概率之和; NMSE计算公式为 $\frac{\sqrt{\sum_{k \in \mathcal{K}} \|\mathbf{H}_k - \hat{\mathbf{H}}_k\|_F^2}}{\sqrt{\sum_{k \in \mathcal{K}} \|\hat{\mathbf{H}}_k\|_F^2}}$ ; 将设备 $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 关于前导序列长度 $B_p$ 和天线根数 $M_p$ 的平均信噪比定义为 $\text{SNR}_n = 10 \log_{10}(\|\mathbf{B}\mathbf{X}_n \mathbf{A}_n\|_F^2 / (M_p B_p \sigma^2))$ ; 参数 $\rho$ 设置为 $1/0.039$ , 这能使对数平滑函数 $g(x)$ 的曲线尽可能接近 $|x|$ ; 参数 $\nu$ 设置为 $0.3$ ; 对于所有设备, 信道复数增益 $\{\varsigma_{n,l,j}, \xi_{n,l,i}\}$ 服从i.i.d.的零均值的复高斯分布变量, 即 $\sim \mathcal{CN}(0, \frac{1}{\bar{\mu}})$ , 其中 $\bar{\mu} = (4\pi d_n f_c / c_c)^2$ ; 第 $n$ 个设备和基站之间的距离 $d_n$ 随机均匀地分布在 $[20, 500]$  m范围内, 其中 $c_c$ 表示光速,  $f_c = 73$  GHz是载波频率;  $\{\theta_{n,l}\}_{l=1}^{L_n}$ 在由 $\mathbf{A}_\theta$ 确定的角度采样网格上独立且均匀地生成; 路径延迟 $\{\tau_{n,l}\}_{l=1}^{L_n}$ 在由 $\mathbf{A}_\tau$ 确定的延迟采样网格上独立且均匀地生成; 角度/延迟偏移在角度/延迟

范围内均匀生成, 例如  $\phi_{n,l,j} \in (\theta_{n,l} - \phi_\theta/2, \theta_{n,l} + \phi_\theta/2)$  和  $\varphi_{n,l,i} \in (\tau_{n,l} + \phi_\tau/2, \tau_{n,l} - \phi_\tau/2)$ , 其中每个簇的角度/延迟扩展设置为  $\phi_\theta$  和  $\phi_\tau$ 。本节将所提出的MRAS算法的性能与表5.1中提到的四种最先进的算法进行了比较。

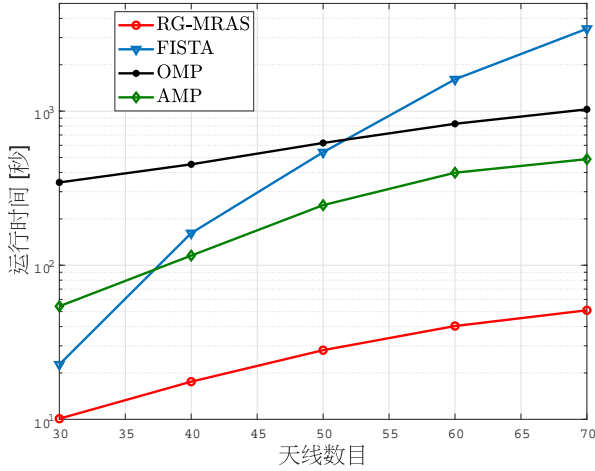


图 5.3 算法运行时间的比较

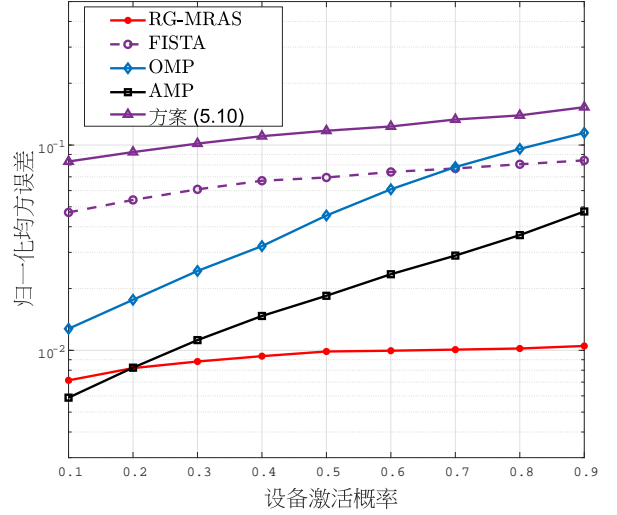


图 5.4 设备激活概率  $K/N$  对 NMSE 的影响

图5.1展示了角度-延迟扩展对所考虑算法的NMSE的影响。其中  $N = 60$ ,  $K/N = 0.3$ ,  $D = 64$ ,  $M_1 = M = 64$ ,  $M_p = 64$ ,  $B = 4096$ ,  $B_p = 370$ ,  $L_{\max} = 2$  并且  $\text{SNR} = 10$  dB。这里假设延迟和角度扩展相同并由  $p$  来衡量。可以看出, OMP 和 FISTA 算法由于干扰严重而性能退化, (5.10) 中的基线方案表现的更差, 这是因为核范数松弛未能很好地融入固定秩矩阵。注意本章所提的RC-MRAS 算法比提出的RG-MRAS 算法收敛得更快; 然而提出的RG-MRAS 算法相比于提出的RC-MRAS 算法有更强的容错性, 这是因为RC-MRAS 算法在每次迭代中的计算不是基于  $\mathbf{S}_n$  的当前值, 那么影响当前值的错误在以后的迭代中无法得到纠正。还可以观察到, RG-MRAS 在小延迟域和角度域扩展区域的性能略差于AMP 算法, 但在中大延迟域和角度域扩展区域实现了最佳的NMSE 性能。而且随着扩展的增加, 性能增益变得更大。mmW/THz信道通常由于高角度分辨率和延迟分辨率而具有较大的扩展, 因此所提出的RG-MRAS 和RC-MRAS 算法在宽带大规模接入中具有强大的吸引力。更重要的是, 与AMP 算法不同, 所提出的算法不需要事先知道大尺度信道衰落系数和激活的设备数量, 这两个因素在实际系统中是非常难以获得的。值得指出的是, 对于给定长度的前导序列  $B_p$ , 一个设备分组内的总设备数量  $N$  可以随着基站天线数量的增加而增加。在6G无线网络中, 基站配备了数百甚至数千根天线。因此, 通过利用大规模天线阵列的阵列增益, 总设备的数量可以显著增加。

图5.2展示了NMSE 性能与前导序列长度  $B_p$  的关系, 其中  $N = 20$ ,  $K/N = 0.3$ ,  $D = 64$ ,  $M_1 = M = 64$ ,  $M_p = 64$ ,  $B = 1280$ ,  $p = 9$ ,  $L_{\max} = 2$ , 并且  $\text{SNR} = 10$  dB。可

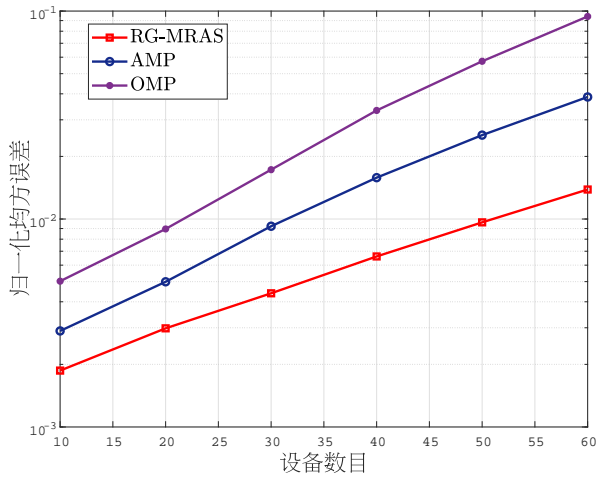


图 5.5 设备总数量 $N$ 对NMSE的影响

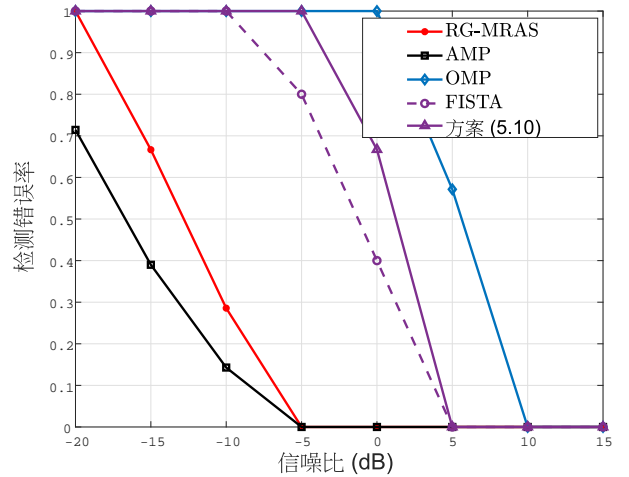


图 5.6 SNR对检测错误率的影响

以观察到所提出的RG-MRAS 和RC-MRAS 算法的NMSE 性能在整个前导序列长度区域内均优于OMP, AMP, FISTA 和(5.10) 中的基线方案。随着前导序列长度的增加, 性能增益逐渐降低。在实际的mmW/THz系统中, 由于相干时间较短, 需要采用短前导序列进行设备检测和信道估计。因此, 所提出的RG-MRAS 和RC-MRAS 算法在实践中非常适用。

图5.3比较了不同基站天线数量设置下的算法的运行时间复杂度, 其中 $L_{\max} = 2$ ,  $N = 25$ ,  $B_p = 250$ ,  $B = 2048$ ,  $M_p = M_1 = D = M$ ,  $p = 8$ ,  $K/N = 0.5$ , 并且SNR = 10 dB。可以看出, RG-MRAS 算法在整个天线数区域内花费了最小的运行时间。正如表5.1中所分析的那样, 对于 $M_p > B_p$ 的情况, 所提出的RG-MRAS 算法的计算复杂度与基站天线子集数目 $M_p$ 呈线性关系。因此, RG-MRAS 算法的运行时间随着基站天线数量的增加而缓慢增加。虽然mmW/THz宽带系统通常采用大规模天线阵列, 但所提出的RG-MRAS 算法可以减轻大量基站天线对计算复杂度的影响。

图5.4 比较了当激活概率从0.1 到0.9 变化时的NMSE 性能, 其中 $N = 60$ ,  $B_p = 370$ ,  $D = 64$ ,  $M_1 = M = 64$ ,  $M_p = 64$ ,  $B = 4096$ ,  $p = 8$ ,  $L_{\max} = 2$ , 并且SNR = 10 dB。据观察可知, 所提出算法的NMSE 性能随着激活概率的增加而降低。这是因为当更多设备处于激活状态时, 设备之间的信道干扰会增加。有趣的是, 所提出的RG-MRAS 算法的NMSE 性能对激活率不敏感。这是因为所提出的RG-MRAS 算法假设非激活设备状态矩阵的秩等于簇的数量, 随着激活概率的增加, 这个假设变得越来越准确。因此, 所提算法在具有高激活概率的实际物联网应用中更具有吸引力。

图5.5 描述了设备数量对NMSE 性能的影响, 其中 $K/N = 0.3$ ,  $B_p = 400$ ,  $D = 32$ ,  $M_1 = M = 32$ ,  $M_p = 32$ ,  $B = 4096$ ,  $p = 9$ ,  $L_{\max} = 2$ , 并且SNR = 10 dB。可以发现所提出的RG-MRAS 算法可以在整个设备数量区域内提供比AMP 和OMP 算法明显更好



的NMSE性能，这意味着所提出的RG-MRAS算法可以在mmW/THz宽带通信系统中容纳更多的设备。这些优点源于所提出的方案不仅探索了设备状态矩阵的联合稀疏和多重低秩结构，而且还有效地融入了多个固定秩矩阵约束以提高检测性能。

图5.6显示了AER与SNR的关系，其中 $N = 20$ ,  $B_p = 25$ ,  $D = 64$ ,  $M_1 = M = 64$ ,  $M_p = 32$ ,  $B = 1280$ ,  $p = 6$ ,  $L_{\max} = 2$ ,  $K/N = 0.3$ 。在中低SNR区域中，所有考虑的算法的检测错误率均迅速趋于零。更重要的是，可以观察到在整个SNR区域中，所提出的RG-MRAS算法的性能优于OMP, FISTA和(5.10)中的基线方案。虽然提出的RG-MRAS算法的AER性能比AMP算法差，但是RG-MRAS算法可以在检测性能和计算复杂度之间取得更好的平衡。

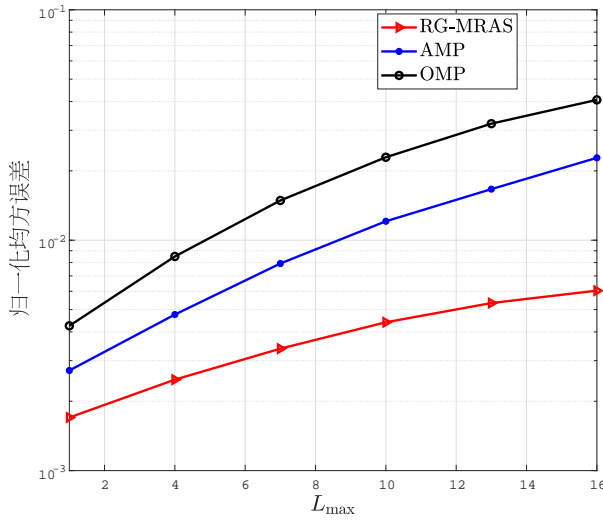


图 5.7  $L_{\max}$ 对NMSE的影响

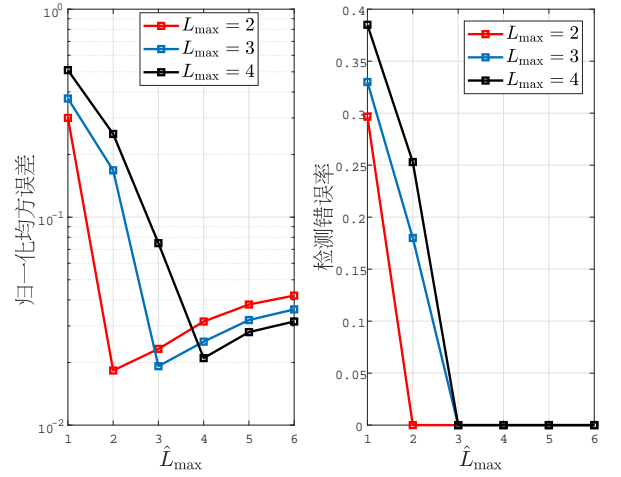


图 5.8 秩估计值对NMSE和AER的影响

图5.7显示了检测性能与最大簇数 $L_{\max}$ 的关系，其中 $N = 60$ ,  $B_p = 400$ ,  $D = 64$ ,  $M_1 = M = 64$ ,  $M_p = 64$ ,  $B = 4096$ ,  $p = 6$ ,  $\text{SNR} = 10$  dB, 并且 $K/N = 0.3$ 。可以看出，所提出的RG-MRAS算法的性能优于AMP和OMP算法。此外，还可以直观地观察到所有考虑的算法的NMSE随着最大簇数 $L_{\max}$ 的增加而增加。原因是对于较大的 $L_{\max}$ ,  $\tilde{\mathbf{X}}_n$ 中的非零元素较多，这相当于增加了未知设备状态矩阵 $\mathbf{X}_n = \chi_n \tilde{\mathbf{X}}_n$ 的稀疏度。因此，如定理5.2所证明的，从 $\mathbf{Y}$ 中可靠恢复 $\mathbf{X}$ 所需的前导序列开销 $M_p B_p$ 将随之增加。

图5.8说明了RG-MRAS算法的NMSE和AER性能对秩估计值的鲁棒性。设置真实的 $L_{\max}$ 分别为2、3和4，其中 $N = 20$ ,  $M_p = 64$ ,  $B_p = 30$ ,  $D = 64$ ,  $M_1 = M = 64$ ,  $B = 1280$ ,  $p = 8$ ,  $L/N = 0.3$ , 并且 $\text{SNR} = 10$  dB。一般而言，不同设备的簇数量几乎相同，实际应用中可以通过信道跟踪<sup>[147]</sup>来获取。从图中可以发现，当簇估计值 $\hat{L}_{\max}$ 大于 $L_{\max}$ 时，提出的RG-MRAS算法的NMSE和AER对秩估计误差不敏感。受该观察启发，当 $L_{\max}$ 未知时，使用相对较大的 $\hat{L}_{\max}$ 有利于保证JADCE的准确性。

## 5.6 结论

本章研究了具有大量偶发性活跃设备的6G mmW/THz 宽带蜂窝物联网网络的免授权随机接入方案。相比于低频段多天线系统的信道，mmW/THz信道的路径损耗大，散射点少。通常情况下，mmW/THz 信道中通常仅呈现出三到四个散射簇，每个散射簇内具有少量的延迟/角度扩展。基于延迟/角度扩展，本章挖掘了mmW/THz信道延迟角域的低秩和稀疏特性，基于此设计了用于宽带大规模随机接入的JADCE 算法。所提出的MRAS 算法的计算复杂度优于其他基准算法。这很好的解决了实际6G mmW/THz 宽带大规模接入系统中，由于高频段基站天线庞大和易受雨衰雾衰影响，而带来的接入时延大和接入精度低的问题。仿真结果验证了所提出算法在激活设备检测和信道估计方面的有效性。

## 第六章 基于无小区网络的分布式协作激活设备检测方案设计

### 6.1 引言

前几章所提出的基于蜂窝物联网的联合激活设备检测和信道估计算法，基本满足了大规模机器通信系统巨连接、高可靠、低复杂度等需求。然而，由于物联网设备分布极广，位于小区中心的基站的接收信号质量较差。另一方面，由于大量设备需要接入资源有限的6G无线网络，基于单接入点/基站的激活设备检测变得越来越有局限性。为了克服上述问题，一个潜在解决方案就是采用多接入点/基站联合检测。但是，在前几章的单蜂窝物联网接入方案和目前的多接入点检测方案中，各个接入点均独立进行激活设备检测。实际上，如果相邻接入点相互协作，共同处理相邻接入点接收到的信号，可以大大提高检测的准确度。

最近，文献<sup>[162]</sup>考虑了两种基于AMP算法的多小区激活设备检测方案，即多小区大规模MIMO(massive MIMO, mMIMO)检测方案和多小区协作mMIMO检测方案。在这两种方案中，每个小区配备一个接入点/基站。对于多小区mMIMO检测方案，作者假设每个接入点(Access Point, AP)独立运行以检测其自己小区内的激活设备。在这种情况下，小区之间的干扰被视为噪声；对于协作式mMIMO检测方案，每个AP首先各自在本地进行激活设备检测，然后将对数似然比形式的检测结果转发到中央单元，在中央单元对设备状态进行最终决策。而后文献<sup>[163]</sup>提出了一种采用二阶Reed-Muller序列的多小区激活设备检测方法，令每个AP检测各自小区内的设备，并将小区外信号视为干扰。虽然多小区检测方案可以提高激活设备检测性能，但是由于小区边界的存在，小区间的干扰成为了限制可靠激活设备检测的严重因素。

受这些工作的启发，本章设计了基于无小区网络的分布式协作激活设备检测方案，其中部署在广阔区域的多个AP通过前传网络服务大规模物联网设备<sup>[164:165]</sup>。这里，AP之间的连接可以根据通信半径进行设置。不同于传统的多小区mMIMO，本章所提出的框架不需要集中的融合中心，AP之间的协作激活设备检测只需要交换低维中间信息，即设备状态向量，系统中的所有AP都可以并行地得到激活检测结果，从而减少接入延迟。因此，本

研究点所提方案在应对AP或前传链路的故障方面是非常可靠和稳健的。此外，为了减少该框架下前导序列长度的开销，本章基于统计信息设计了一种基于前向后向分裂策略的分布式近似分离方法。进而得到了一种新颖的低复杂度分布式协作激活设备检测算法，该算法利用了相邻AP之间的设备状态向量的关联性，即联合相似性和稀疏性。本研究点从理论上分析了协作激活设备检测算法的收敛特性，并通过数值仿真对所提算法的性能进行了评估。

本章内容安排如下：6.2节介绍了系统模型；6.3节提出了分布式协作激活设备检测方案；接下来，6.4节对所提出的算法进行了收敛性分析；6.5节给出数值仿真结果；最后，6.6节总结了本章内容。

## 6.2 系统模型

本章考虑包含 $B$ 个AP的6G无小区无线网络，每个AP都配备了 $M$ 根天线，在广阔的区域内为 $N$ 个随机分布的单天线物联网设备提供服务。每个AP通过前传链路连接到其几个相邻的AP，并且只能与其一跳邻居AP通信以减少通信负载，如图6.1所示。在6G无线网络中，物联网设备的密度通常很大，但是在任何给定的时隙中只有少部分物联网设备处于激活状态。本章用 $\mathcal{K}$ 来表示基数为 $K = |\mathcal{K}|_c \ll N$ 的激活设备集合， $K$ 是一个随机变量。本章将 $\chi_n$ 定义为二进制激活状态指标，如果第 $n$ 个设备处于激活状态，则 $\chi_n = 1$ ，否则 $\chi_n = 0$ 。此外，定义第 $n$ 个设备到第 $b$ 个AP的 $M$ 维信道向量为 $\sqrt{g_{b,n}}\mathbf{h}_{b,n}$ ，其中 $g_{b,n}$ 是大尺度衰落系数，此系数取决于第 $n$ 个设备的位置。 $\mathbf{h}_{b,n} \in \mathbb{C}^M$ 是对应的小尺度衰落系数，它遵循均值为零方差为1的i.i.d.复高斯分布。为了减少接入延迟和系统信令开销，本章在6G无小区无线网络<sup>[63]</sup>中采用免授权随机接入协议。具体而言，在每个时隙的开始，激活设备同时通过上行信道向所有AP发送相应的前导序列，然后AP根据接收到的信号相互协同完成激活设备检测。假设所有前导序列 $\mathbf{s}_n \in \mathbb{C}^L$ 都是按照i.i.d.的零均值和单位方差的复高斯分布生成，并且这些前导序列事先存储在所有的AP处。因此，第 $b$ 个AP处的接收信号 $\mathbf{Y}_b \in \mathbb{C}^{L \times M}$ 可以表示为

$$\mathbf{Y}_b = \sum_{n=1}^N \chi_n \mathbf{s}_n \sqrt{g_{b,n}} \mathbf{h}_{b,n}^T + \mathbf{W}_b = \mathbf{S} \mathbf{\Gamma}_b^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_b + \mathbf{W}_b, \quad (6.1)$$

其中 $\mathbf{H}_b = [\mathbf{h}_{b,1}, \dots, \mathbf{h}_{b,N}]^T \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 表示小尺度衰落信道矩阵， $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N] \in \mathbb{C}^{L \times N}$ 表示前导序列矩阵， $\mathbf{W}_b \in \mathbb{C}^{L \times M}$ 是i.i.d.的AWGN，它的每个元素服从分布 $\sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ ，其中 $\sigma^2$ 表示每个天线的噪声功率。定义 $\boldsymbol{\gamma}_b = [\gamma_{b,1}, \dots, \gamma_{b,N}]^T \in \mathbb{R}^N$ 为对角矩阵 $\mathbf{\Gamma}_b$ 的对角线项，其中 $\gamma_{b,n} = \chi_n g_{b,n}$ 代表第 $b$ 个AP所服务的第 $n$ 个设备的设备状态量。

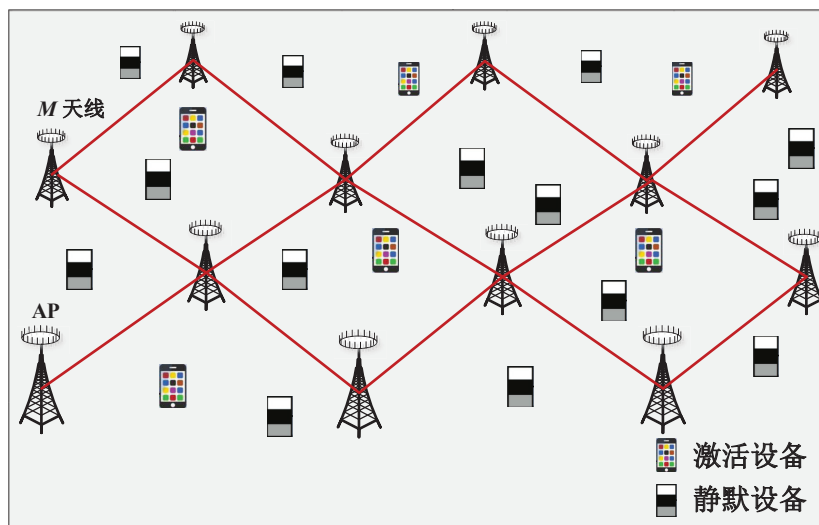


图 6.1 配备多个接入点的6G无小区大规模随机接入网络示意图

下面，本章基于多个AP之间的有限协作，通过交换一些中间变量来设计大规模免授权随机接入方案。

### 6.3 基于分布式协作的大规模随机接入

本小节首先基于6G无小区无线网络提出了一种协作检测框架。然后，本研究点针对这个框架设计了相应的协作检测算法。

#### 6.3.1 协作大规模检测框架

对于模型(6.1)中的激活设备检测问题，虽然不同AP的未知设备状态向量是不同的，但是相邻AP的信号之间存在一些共同特征。此共同特征可以被进一步探究以提高检测性能。因为不同的AP估计不同的设备状态向量，首先为每个AP关联一个本地估计器，在此基础上，再进一步结合相邻AP的估计信息，即促稀疏项和促相似性<sup>[47;166]</sup>。

##### 6.3.1.1 基于协方差的局部估计器

首先，为了进一步降低所需前导序列的长度，本章设计一个基于接收信号协方差的局部估计器。基于协方差的大规模激活设备检测问题等价于在预定义前导序列矩阵 $\mathbf{S}$ 的情况下，从含有噪声的接收信号 $\mathbf{Y}_b$ 中恢复设备状态向量 $\gamma_b$ 。一般而言，设备状态向量 $\gamma_b$ 的估计可以表述为ML估计问题<sup>[124]</sup>。具体来说， $\mathbf{Y}_b$ 的每一列，即 $\mathbf{y}_{bm}$ ， $1 \leq m \leq M$ ，可以看成

具有以下多元复高斯分布的独立样本

$$\mathbf{y}_{bm} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{S}\mathbf{\Gamma}_b\mathbf{S}^H + \sigma^2\mathbf{I}), \quad (6.2)$$

其中协方差矩阵  $\mathbf{\Sigma}_b = \mathbf{S}\mathbf{\Gamma}_b\mathbf{S}^H + \sigma^2\mathbf{I}$  由  $\mathbb{E}\{\mathbf{y}_{bm}\mathbf{y}_{bm}^H\}$  计算得到。然后，给定  $\gamma_b$  后， $\mathbf{Y}_b$  的似然值可以表示为

$$P(\mathbf{Y}_b|\gamma_b) = \frac{1}{\det(\pi\mathbf{\Sigma}_b)^M} \exp(-\text{tr}(\mathbf{\Sigma}_b^{-1}\mathbf{Y}_b\mathbf{Y}_b^H)). \quad (6.3)$$

利用高斯特性，可以得到以下第  $b$  个 AP 期望的  $\gamma_b$  的 ML 估计量

$$f(\gamma_b) = -P(\mathbf{Y}_b|\gamma_b) = \ln \det[\mathbf{\Sigma}_b] + \text{tr}(\mathbf{\Sigma}_b^{-1}\hat{\mathbf{\Sigma}}_{by}), \quad (6.4)$$

其中  $\hat{\mathbf{\Sigma}}_{by} = \frac{1}{M}\mathbf{Y}_b\mathbf{Y}_b^H$  表示第  $b$  个 AP 的接收信号的样本协方差矩阵，它在天线维度上取了平均值。基于(6.4)，ML估计问题可以表述为  $\arg \min_{\gamma_b \in \mathbb{R}_+} f(\gamma_b)$ 。

### 6.3.1.2 促稀疏项的设计

其次，由于多个 AP 的设备状态向量之间具有固有的结构化稀疏性，本研究点提出了促稀疏项，以促进多个 AP 之间的协作检测。在文献<sup>[47]</sup>中，设备状态矩阵的行共享公共支撑集，因此在均方误差准则中添加了适当的正则项以促进稀疏性。在本章中，特定的稀疏模式可以在不同的 AP 上同时观察到，即  $\gamma_b$  的非零项的位置对于  $b = 1, 2, \dots, B$  是一致的。由于每个 AP 只与其相邻的 AP 通信，因此本研究点无法获取系统级稀疏模式的全局信息。此外，将这个全局量分成几个局部量是非常具有挑战性的，因为这些局部量仅由来自相邻节点的分量组成。为了解决这个困难，对于第  $b$  个 AP，本研究定义了以下由其所有一跳邻居的参数向量组成的局部参数矩阵

$$\mathbf{R}_b = \left[ \gamma_{l_1}, \gamma_{l_2}, \gamma_{l_i}, \dots, \gamma_{l_{|\mathcal{N}_b^-|}}, \gamma_b \right] \in \mathbb{C}^{N \times (|\mathcal{N}_b^-|)}, \forall b \in \{1, 2, \dots, B\}, \quad (6.5)$$

其中  $l_i \in \mathcal{N}_b^-$  是除自身之外的第  $b$  个 AP 的邻居节点索引集， $\mathcal{N}_b$  表示包含自身的第  $b$  个 AP 的邻居节点索引集。因此，本小节旨在促进矩阵  $\mathbf{R}_b$  的行稀疏性以利用联合稀疏性。通常， $l_0$  范数和  $l_2$  范数的组合，即  $l_{2,0}$  范数可以提高输入矩阵<sup>[167]</sup>的行稀疏性。然而， $l_{2,0}$  范数是非凸且不可微的，其最小化具有非确定性多项式的时间复杂度。为此，本研究点采用了文献<sup>[47]</sup>中提出的以下稀疏促进项

$$g(\gamma_b) = \sum_{n=1}^N \underbrace{\left( \|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2 - \frac{1}{\theta} \ln(1 + \theta \|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2) \right)}_{\Phi(\mathbf{R}_b(n, :))}, \quad (6.6)$$

计算 $\ln(1 + \theta \|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2)$  的麦克劳林级数，可以发现当 $\|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2 \rightarrow 0$ 时， $\Phi(\mathbf{R}_b(n, :)) \rightarrow \frac{\theta}{2} \|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2^2$ ；当 $\|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2 \rightarrow \infty$ 时， $\Phi(\mathbf{R}_b(n, :)) \rightarrow \|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2$ 。这里，惩罚项 $\theta > 0$ 是用来保证 $\Phi(\mathbf{R}_b(n, :))$ 的曲线尽可能接近曲线 $\|\mathbf{R}_b(n, :)\|_2$ 。换句话说，函数 $\Phi(\mathbf{R}_b(n, :))$ 是用于逼近 $\mathbf{R}_b(n, :)$ 的 $l_2$ 范数的。此外，由于 $g(\boldsymbol{\gamma}_b)$ 通过求和运算符松弛了非凸的 $l_0$ 范数，因此它是凸的。这种方式可以促进跨越AP的局部参数矩阵 $\mathbf{R}_b$ 列的联合稀疏性。尽管促稀疏项被加在局部参数矩阵 $\mathbf{R}_b$ 上，但是AP之间的协作性质促进了全局设备状态向量 $\{\boldsymbol{\gamma}_b\}_{b=1}^B$ 的联合稀疏性。

### 6.3.1.3 促相似项的设计

第三，本研究点设计了一个相似度促进项来提高检测性能。在文献<sup>[166;168]</sup>中，为了提高最优参数向量之间的相似性，基于 $l_2$ 范数的正则化项被引入到了扩散最小均方算法中。在本章所考虑的问题中，相邻AP之间设备状态向量同样表现出了相似性。具体来说，所有AP的全局设备状态向量 $\{\boldsymbol{\gamma}_b\}_{b=1}^B$ 的非零项的索引应该是相同的，但是由于不同路径损耗的影响，各个AP所对应的设备状态向量的非零元素的值彼此不同。值得注意的是，由于相邻AP的距离很短，相应的设备状态向量由一些相似的非零元素组成。众所周知，ML估计量 $f(\boldsymbol{\gamma}_b)$ 依赖于经验协方差矩阵 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{b\mathbf{y}}$ 。然而当前导序列的长度 $L$ 大于AP天线的数量 $M$ 时， $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{b\mathbf{y}}$ 会和真实的协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_b$ 相差较多，从而导致ML估计器性能急剧下降。这种性能损失可以通过本研究点引入的促相似项来弥补，即每个 $\boldsymbol{\Sigma}_b$ 的更新可以用到相邻AP的估计值彼此相似的事实。受这些观察的启发，本小节设计了以下相似性促进函数

$$\Psi(\boldsymbol{\gamma}_b) = \sum_{l \in \mathcal{N}_b} c_{lb} \Psi_l(\boldsymbol{\gamma}_b - \boldsymbol{\gamma}_l), \quad \forall b \in \{1, 2, \dots, B\}, \quad (6.7)$$

其中 $\Psi_l(\boldsymbol{\gamma}_b - \boldsymbol{\gamma}_l)$ 是一个凸惩罚函数，它在 $\Psi_l(\mathbf{0})$ 处得到最小值，这鼓励了 $\boldsymbol{\gamma}_b$ 和 $\boldsymbol{\gamma}_l$ 之间的相似性。本章将惩罚函数设置为 $l_1$ 范数惩罚项，即 $\Psi_l(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N |x_n|$ 。该惩罚函数可以鼓励各个AP之间的设备状态向量的大量非零元素趋向相同值。换句话说，它不仅促进了AP间相似的稀疏结构，而且促进了相似的非零值。这里， $c_{lb}$ 是满足以下条件的线性权重

$$\sum_{l \in \mathcal{N}_b} c_{lb} = 1, \quad c_{lb} = 0 \quad \forall l \notin \mathcal{N}_b. \quad (6.8)$$

在定义了相似性促进项和稀疏性促进项之后，将(6.4)，(6.6)和(6.7)合并，可得以下局部代价函数

$$F(\boldsymbol{\gamma}_b) = f(\boldsymbol{\gamma}_b) + \beta g(\boldsymbol{\gamma}_b) + \tau \Psi(\boldsymbol{\gamma}_b), \quad \forall b \in \{1, 2, \dots, B\}, \quad (6.9)$$

其中 $\beta > 0$ 和 $\tau > 0$ 分别是用于加强稀疏性和相似性的惩罚参数<sup>[169]</sup>。通过改变这些惩罚参数的值，可以在ML估计量和促进项之间取得平衡。接下来，本研究点将设计一种协作激活设备检测（Cooperative Activity Detection, CAD）算法来最小化每个AP涉及的代价函数，即(6.9)。

### 6.3.2 分布式近似分离策略

注意公式(6.9)的第一项，即 $f(\gamma_b)$ 是可微的和测地凸的，测地凸是经典凸的广义形式，并且测地凸的局部最小值也是全局最小的<sup>[170]</sup>。然而，如上小节所述， $\Psi_l(\gamma_b - \gamma_l)$ 是不连续的，即局部代价函数中的第三项可能是非平滑函数，第二项也可能是不可微的。此外，相邻AP的未知变量 $\gamma_b$ 相互耦合在一起。这些障碍使现有算法，例如文献<sup>[59;166]</sup>，难以解决问题(6.9)。本小节旨在设计一种分布式算法，使得各个AP可以并行的估计各自的设备状态向量。接下来，本研究点基于前向-后向分裂策略<sup>[171]</sup>设计了一种分布式近似分离策略，用于最小化(6.9)中的代价函数。由于前向-后向分裂策略的快速收敛性及其概念和数学方面简单性，该策略适合求解大规模激活设备检测问题。

在继续之前，本小节先回顾一下用于最小化(6.9)的前向-后向分裂方法，它由以下迭代给出

$$\gamma_b^{t+1} = \gamma_b^t - \eta_b^t \nabla f(\gamma_b^t) - \tau \eta_b^t \partial \Psi(\gamma_b^{t+1}) - \beta \eta_b^t \partial g(\gamma_b^{t+1}) = \overbrace{\text{prox}_{\eta_b^t(\tau \Psi + \beta g)}(\underbrace{\gamma_b^t - \eta_b^t \nabla f(\gamma_b^t)}_{\text{前向步骤}})}^{\text{后向步骤}}, \quad (6.10)$$

其中 $\eta_b^t$ 是第 $t$ 次迭代中第 $b$ 个AP的步长， $\gamma_b^t$ 表示 $\gamma_b$ 在第 $t$ 次迭代中的值。注意 $\partial \Psi(\gamma_b^{t+1})$ 和 $\partial g(\gamma_b^{t+1})$ 比传统的梯度下降算法具有更好的近似特性。因为后者在 $\gamma^t$ 处评估梯度<sup>[171]</sup>，这样便不能明确的写出包含 $\gamma_b^t$ 和 $\gamma_b^{t+1}$ 的迭代表达式。为此，本研究点引入了函数 $h(\cdot)$ 的近端算子，它是由以下公式给出的映射函数

$$\text{prox}_{\eta h}(\mathbf{y}) = \arg \min_{\mathbf{u}} h(\mathbf{u}) + \frac{1}{2\eta} \|\mathbf{u} - \mathbf{y}\|_2^2, \quad (6.11)$$

其中 $\mathbf{y}$ 和 $\mathbf{u}$ 为变量， $\eta > 0$ 为步长<sup>[172]</sup>。如公式(6.10)的最后一个等式所示，梯度下降是前向步骤，近端是后向步骤。这里，近端可以看作是不可微函数的隐式离散化，它可以用来克服 $\Psi(\gamma_b)$ 的非平滑性，并且近端算法比基于次梯度策略<sup>[171]</sup>的方法具有更快的收敛速度。

不幸的是，直接计算关于相似性促进函数 $\Psi(\gamma_b)$ 和 $\beta g(\gamma_b) + \tau \Psi(\gamma_b)$ 的近端算子是非常困难的。此外，在每次迭代中，在所有相邻AP上计算 $\Psi(\gamma_b)$ 的计算复杂度是非常高的。受文献<sup>[171]</sup>中Douglas Rachford分裂算法的启发，即两个近端算子可以交替更新，本章将函



数 $\Psi(\gamma_b)$ 和 $g(\gamma_b)$ 分开处理。具体来说,本小节首先计算子梯度 $\partial\Psi(\gamma_b^t)$ 的估计量 $\mathbf{x}_b^t$ ,然后将梯度下降步骤合并到近端算子步骤中,即

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_b^t &= \gamma_b^t - \eta_b^t \nabla f(\gamma_b^t) - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^t - \beta\eta_b^t \partial g(\mathbf{z}_b^t) \\ &= \text{prox}_{\beta\eta_b^t g}(\gamma_b^t - \eta_b^t \nabla f(\gamma_b^t) - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^t),\end{aligned}\quad (6.12)$$

其中 $\mathbf{z}_b^t$ 是一个中间变量。然后,根据Douglas Rachford分裂的更新规则,本小节将 $\mathbf{z}_b^t$ 合并到关于促相似函数 $\Psi(\gamma_b)$ 的近端算子中:

$$\gamma_b^{t+1} = \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi}(\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^t). \quad (6.13)$$

中间变量 $\mathbf{z}_b^t$ 和设备状态向量 $\gamma_b^t$ 交替迭代,并且它们的值不断相互接近。当算法收敛到最优时,这两个中间变量的值理论上是相等的。为了克服(6.13)中非光滑有限和项的处理困难,以及减少计算复杂度开销,本研究点继而从集合 $\mathcal{N}_b$ 中以概率 $\{p_1, p_2, \dots, p_{|\mathcal{N}_b|_c}\}$ 随机选择 $l$ 。然后,将 $\mathbf{z}_b^t$ 合并到关于促相似项子函数 $\Psi_l(\gamma_b - \gamma_l)$ 的近端算子中:

$$\gamma_b^{t+1} = \mathbf{z}_b^t - \tau\eta_b^{l,t} \left[ \partial\Psi_l(\gamma_b^{t+1}) - \mathbf{x}_b^{l,t} \right] = \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t}), \quad (6.14)$$

其中 $\mathbf{x}_b^{l,t}$ 是随机选择的第 $b$ 个AP的第 $l$ 个邻居AP的次梯度 $\partial\Psi_l(\gamma_b^{t+1})$ 的估计量。让 $c_{lb}^t$ 表示第 $t$ 次迭代中的组合系数,并设置 $\eta_b^{l,t} = \frac{c_{lb}^t \eta_b^t}{p_l}$ ,这里 $\eta_b^{l,t}$ 是 $\eta_b^t$ 的随机近似值。通过这种方式,本研究点可以有效的处理(6.9)中含有任意大小基数 $|\mathcal{N}_b|_c$ 的非平滑有限和项。

由于 $\mathbf{z}_b^t$ 和 $\gamma_b^t$ 最终会收敛到相同的值,如果 $\mathbf{x}_b^{l,t} = \partial\Psi_l(\gamma_b^{t+1})$ 和 $\mathbf{x}_b^t = \partial\Psi(\gamma_b^{t+1})$ 成立,则等式(6.14)是(6.10)的精确近似值。因此,本研究点必须确保 $\partial\Psi_l(\gamma_b^{t+1})$ 足够接近 $\mathbf{x}_b^{l,t}$ 。根据等式(6.11)中近端算子的定义,等式(6.14)满足以下条件

$$\frac{(\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t} - \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t}))}{\tau\eta_b^{l,t}} \in \partial\Psi_l(\gamma_b^{t+1}). \quad (6.15)$$

那么,以下次梯度估计量 $\mathbf{x}_b^{l,t+1}$ 的表达式可以确保(6.14)成立

$$\mathbf{x}_b^{l,t+1} = \mathbf{x}_b^{l,t} + \frac{1}{\tau\eta_b^{l,t}}(\mathbf{z}_b^t - \gamma_b^{t+1}), \quad (6.16)$$

这里,(6.16)右侧表达式是通过用 $\gamma_b^{t+1}$ 替换(6.15)中的近端步骤并进一步重组等式(6.15)左侧表达式而获得的。基于此,等式(6.12)中的次梯度估计量 $\mathbf{x}_b^t$ 可以更新为

$$\mathbf{x}_b^{t+1} = \mathbf{x}_b^t + c_{lb}^t(\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,t}), \quad (6.17)$$

公式(6.17)是通过利用关系式 $\mathbf{x}_b^t = \sum_{l=1}^{|\mathcal{N}_b|_c} c_{lb}^t \mathbf{x}_b^{l,t}$ 和在每次迭代中仅更新单个选定的 $\mathbf{x}_b^{l,t}$ 的特性而获得的。

### 6.3.3 递归算法的推导

由于表达式(6.12)和(6.14)中的近端算子在每次迭代都需要计算,因此推导出 $\gamma_b^{t+1}$ 和 $\mathbf{z}_b^t$ 的闭式表达式变得尤为重要。为此,本小节首先计算等式(6.4)中局部估计量 $f(\gamma_b)$ 的梯度。根据著名的Sherman-Morrison秩-1更新恒等式<sup>[173]</sup>,可以得到

$$(\Sigma_{bn} + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n \mathbf{s}_n^H)^{-1} = \Sigma_{bn}^{-1} - \frac{\gamma_{bn} \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n \mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1}}{1 + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n}, \quad (6.18)$$

和

$$\Sigma_{bn} = \Sigma_b - \gamma_{bn} \mathbf{s}_n \mathbf{s}_n^H, \quad (6.19)$$

其中 $\gamma_{bn}$ 是 $\gamma_b$ 的第 $n$ 个元素。应用著名的行列式恒等式<sup>1</sup>到矩阵 $\Sigma_{bn} + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n \mathbf{s}_n^H$ 中,可得

$$\det[\Sigma_{bn} + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n \mathbf{s}_n^H] = (1 + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n) \det[\Sigma_{bn}]. \quad (6.20)$$

然后,将(6.18)和(6.20)代入(6.4)并取 $f(\gamma_b)$ 对 $\gamma_{bn}$ 的导数,可以得到

$$\nabla f(\gamma_{bn}) = \frac{\mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n}{1 + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n} - \frac{\mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1} \hat{\Sigma}_{by} \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n}{(1 + \gamma_{bn} \mathbf{s}_n^H \Sigma_{bn}^{-1} \mathbf{s}_n)^2}. \quad (6.21)$$

接下来,令 $\nabla f(\gamma_b^t) = \text{col}\{\nabla f(\gamma_{b1}^t), \dots, \nabla f(\gamma_{bN}^t)\}$ 代表梯度表达式。观察到 $f(\gamma_b)$ 关于 $\gamma_b$ 的梯度是在每次迭代中均需要计算,这会引入很高的计算复杂度。为了在算法计算复杂度和准确性之间进行权衡,尽可能少的执行梯度计算,本章采用非密集梯度更新规则,即以一定的概率 $0 < \bar{p} \leq 1$ 来计算梯度,以减少算法每次迭代中的计算负载。具体的数学表达如下所示

$$\widetilde{\nabla f}(\gamma_b^t) = \begin{cases} \nabla f(\gamma_b^t), & \text{以概率 } \bar{p}, \\ \mathbf{0}, & \text{以概率 } 1 - \bar{p}, \end{cases} \quad (6.22)$$

事实上,由于每个AP在每次迭代时均以概率 $\bar{p}$ 更新梯度,所有AP的更新加起来等价于一个密集的梯度更新。

将(6.22)代入(6.12),并计算 $g(\gamma_b)$ 的近端算子,可以得到如下中间变量的递归更新

$$\mathbf{z}_b^t = \mathbf{s}_b^t - \eta_b^t \beta \text{col} \left\{ \frac{s_{b1}^t}{\|\mathbf{R}_b^t(1,:) \|_2}, \dots, \frac{s_{bN}^t}{\|\mathbf{R}_b^t(N,:) \|_2} \right\}, \quad (6.23)$$

其中 $\mathbf{s}_b^t = \gamma_b^t - \eta_b^t \widetilde{\nabla f}(\gamma_b^t) - \tau \eta_b^t \mathbf{x}_b^t$ ,  $s_{bn}^t$ 是 $\mathbf{s}_b^t$ 的第 $n$ 个元素。

值得注意的是等式(6.23)中的步长 $\eta_b^t$ 是一个必不可少的超参数,该参数应该谨慎设计以提高检测性能。过大的步长会使得初始收敛速度过快而导致算法性能提前饱和;虽然过

<sup>1</sup>行列式恒等式<sup>[174]</sup>表明,如果有大小分别 $m \times n$ 和 $n \times m$ 的矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ ,则 $\det[\mathbf{I} + \mathbf{AB}] = \det[\mathbf{I} + \mathbf{BA}]$ 成立。

小的步长会延迟饱和，但是会导致收敛速度过慢。事实上，均衡步长在实践中是一项艰巨的任务，因为一个近似步长是由Lipschitz常数确定的，而Lipschitz常数很难准确的估计出来。文献<sup>[175]</sup>中的作者基于牛顿特性提出了如下基于随机梯度的自适应步长

$$\eta_b^t = \frac{\|\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1}\|_2^2}{(\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1})^H (\widetilde{\nabla} f(\gamma_b^t) - \widetilde{\nabla} f(\gamma_b^{t-1}))}, \quad (6.24)$$

这是Lipschitz常数的局部估计。然而，由于 $\gamma_b^t$ 非常稀疏，(6.24)的分母可能很小。此外，由于(6.22)以一定的概率更新梯度，导致在两个连续迭代索引之间的梯度甚至会保持恒定。在这种情况下， $\eta_b^t$ 的值可能接近无穷大，导致算法无法收敛。为了避免这种情况，本研究点引入 $\epsilon \|\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1}\|_2$ 到(6.24)的分母中，以保持其分母永久为正数，此操作还可以在每次迭代中控制分母值的下限。具体的步长由下式明确给出

$$\eta_b^t = \frac{\|\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1}\|_2^2}{\left| (\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1})^H (\widetilde{\nabla} f(\gamma_b^t) - \widetilde{\nabla} f(\gamma_b^{t-1})) \right| + \epsilon \|\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1}\|_2^2}, \quad (6.25)$$

其中 $\epsilon \geq 0$ 是可调整的参数。请注意，(6.25)可以自适应调整步长，并且不会带来太多额外的计算复杂度负担。

现在推导(6.14)中 $\gamma_b^t$ 的递归更新表达式。由于(6.14)中的 $\Psi_l(\cdot)$ 是完全可分离的，因此它的近端算子可以以其元素为单位来计算，其软阈值形式由下式给出

$$\gamma_{bn}^{t+1} = \begin{cases} \min \left( \tau \eta_b^{l,t} \frac{z_{bn}^t + \tau \eta_b^{l,t} x_{bn}^{l,t} - \gamma_{bn}^t}{|z_{bn}^t + \tau \eta_b^{l,t} x_{bn}^{l,t} - \gamma_{bn}^t|}, z_{bn}^t + \tau \eta_b^{l,t} x_{bn}^{l,t} \right) + z_{bn}^t + \tau \eta_b^{l,t} x_{bn}^{l,t}, & \text{如果 } z_{bn}^t + \tau \eta_b^{l,t} x_{bn}^{l,t} \neq 0, \\ 0, & \text{如果 } z_{bn}^t + \tau \eta_b^{l,t} x_{bn}^{l,t} = 0, \end{cases} \quad (6.26)$$

其中最小运算符是为了保证 $\gamma_{bn}$ 的值是正的。这里， $z_{bn}^t$ 和 $x_{bn}^{l,t}$ 分别是向量 $\mathbf{z}_b^t$ 和 $\mathbf{x}_b$ 的第 $n$ 个元素。得到 $\gamma_{bn}^{t+1}$ 后，(6.19)中的 $\Sigma_b$ 可以根据 $\gamma_{bn}^{t+1}$ 和 $\gamma_{bn}^t$ 之间的距离来更新，具体由下式给出

$$\Sigma_b^{t+1} = \Sigma_b^t + (\gamma_{bn}^{t+1} - \gamma_{bn}^t) \mathbf{s}_n \mathbf{s}_n^H. \quad (6.27)$$

从(6.17)和(6.26)可以看出，所设计算法的估计性能在很大程度上取决于组合系数 $c_{lb}^t$ 。与文献<sup>[166;176;177]</sup>类似，本小节采用以下自适应组合系数

$$c_{lb}^t = \begin{cases} \frac{2}{|\mathcal{N}_b^-|_c} \frac{1}{1 + \exp(\rho \|\gamma_b^{t-1} - \gamma_l^{t-1}\|_2)}, & l \in \mathcal{N}_b^-, \\ 1 - \sum_{l \in \mathcal{N}_b^-} c_{lb}^t, & l = b, \\ 0, & l \notin \mathcal{N}_b, \end{cases} \quad (6.28)$$

其中 $\rho > 0$ 是预先设置的比较大的常数。请注意，(6.28)中的项 $\|\gamma_b^{t-1} - \gamma_l^{t-1}\|_2$ 展示了第 $b$ 个AP与其第 $l$ 个邻居的本地估计之间的距离。而组合系数 $c_{lb}^t$ 与这样的距离应该成反比。当

上面定义的两个估计值之间的距离很大时，第 $b$ 个AP往往会降低相应的组合系数的值，甚至丢弃来自该邻居的信息。相反，当两个AP之间的估计值距离较小时，第 $b$ 个AP会增加相应的组合系数的值。

一旦获得了设备状态向量的估计值 $\{\hat{\gamma}_b\}_{b=1}^B$ ，在每个AP处可以采用逐元素阈值法来确定 $\hat{\gamma}_{bn}$ 中的 $\chi_n$ ，即如果 $\hat{\gamma}_{bn} > \nu_b$ ，则 $\chi_n = 1$ ，否则 $\chi_n = 0$ ，其中 $\nu_b = \omega_b \sigma^2$ 是可调的阈值参数，且 $\omega_b > 0$ 。为清楚起见，用于大规模随机接入的协作激活设备检测算法的伪代码已总结在算法6.1中。不同于协作mMIMO<sup>[162]</sup>，其中每个BS在本地执行信号估计，然后将所得的本地对数似然比向量全部转发给中央决策单元，本研究点所提出的CAD算法迭代地交换相邻AP之间的设备状态向量。在这种情况下，本章所提的CAD算法接入延迟比协作mMIMO要短的多。另一方面，与协作mMIMO相比，所提出的CAD算法在应对AP或者前传链路的故障时，有更高的可靠性和稳健性。

## 6.4 性能分析

如前所述，CAD算法是协作随机接入的关键。本节将分析CAD算法的计算复杂度，通信代价和算法的收敛性。

### 6.4.1 计算复杂度和通信代价分析

本小节首先分析所提出的CAD算法的计算复杂性和通信代价。在算法6.1的每次迭代中，对于任意的AP，计算复杂度主要来自矩阵乘法，CAD算法的整体计算复杂度为 $\mathcal{O}(L^2)$ 。虽然计算协方差矩阵 $\hat{\Sigma}_{by}$ 的计算复杂度是 $\mathcal{O}(L^2M)$ ，但是它只需要在算法迭代开始前计算一次。对于任意AP，本小节从计算复杂度的角度将所提出的CAD算法与两种基准检测算法进行了比较，包括AMP算法<sup>[162]</sup>和OAMP-MMV算法<sup>[178]</sup>。从表6.1中可以看出，所提出的CAD算法的计算复杂度在mMTC+应用中优于其他两种算法。对于通信代价，在每次迭代中，每个AP需要传输 $N$ 维的中间量 $\gamma_b^i$ 。因此，对于所有AP，CAD算法需要交换 $N \sum_{b=1}^B |\mathcal{N}_b^-|_c$ 个参数。

**注6.1.** 需要强调的是提出的CAD算法每次迭代的计算复杂度和通信代价均不会随着每个AP的天线数量 $M$ 的增加而增加。此外，可以设置少量的AP相互协作，这将通过第6.5节的仿真进行验证，即激活误差可以在有限的前传链路的情况下接近于零。

**算法 6.1** 协作激活设备检测 (CAD) 算法

- 1: 输入:  $\{\mathbf{Y}_b\}_{b=1}^B$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\{\hat{\Sigma}_{by} = \frac{1}{M} \mathbf{Y}_b \mathbf{Y}_b^H\}_{b=1}^B$ , 步长  $\{\eta_b^0\}_{b=1}^B$ , 和总的迭代次数  $T$ ;
- 2: 初始化:  $\{\gamma_b^0 = \mathbf{0}\}_{b=1}^B$ ,  $\{\Sigma_b^0 = \sigma^2 \mathbf{I}\}_{b=1}^B$ ,  $\{\mathbf{x}_b^{l,0}, l \in \mathcal{N}_b\}_{b=1}^B$ ,  $\{c_{lb}^0\}_{b=1}^B$ ,  $\{\mathbf{x}_b^0 = \sum_{l \in \mathcal{N}_b} c_{lb}^0 \mathbf{x}_b^{l,0}\}_{b=1}^B$ ;
- 3: **for**  $t = 1 : T$  **do**
- 4:   **对于** AP  $b$ :
- 5:   **自适应过程:**
- 6:   基于(6.22)计算  $\widetilde{\nabla} f(\gamma_b^t)$ ;
- 7:   基于(6.23)计算  $\mathbf{z}_b^t$ ;
- 8:   基于(6.25)计算步长  $\eta_b^t$ ;
- 9:   从集合  $\mathcal{N}_b$  中以概率  $\{p_1, p_2, \dots, p_{|\mathcal{N}_b|}\}$  随机地选取  $l$ ;
- 10:   基于(6.28)计算自适应组合系数  $c_{lb}^t$ ;
- 11:   计算  $\eta_b^{l,t} = \frac{c_{lb}^t \eta_b^t}{p_l}$ ;
- 12:   随机地选取  $\gamma_b^t$  的下标索引, 即  $\{1, 2, \dots, N\}$  的一个排列, 用  $t_1, t_2, \dots, t_N$  来表示;
- 13:   **for**  $n = 1 : N$  **do**
- 14:     基于(6.26)更新  $\gamma_{bt_n}^{t+1}$ ;
- 15:      $\Sigma_b^{t+1} = \Sigma_b^t + (\gamma_{bt_n}^{t+1} - \gamma_{bt_n}^t) \mathbf{s}_{t_n} \mathbf{s}_{t_n}^H$ ;
- 16:   **end for**
- 17:   基于(6.16)计算  $\mathbf{x}_b^{l,t+1}$ ;
- 18:   基于(6.17)计算  $\mathbf{x}_b^{t+1}$ ;
- 19:   **通信过程:**
- 20:   发送  $\gamma_b^t$  给它的一跳邻居 AP;
- 21: **end for**
- 22: 输出:  $\{\gamma_b^{t+1}\}_{b=1}^B$ .

表 6.1 CAD算法和基线方案的计算复杂度比较

方案	计算复杂度
CAD	$\mathcal{O}(TL^2 + L^2M)$
AMP	$\mathcal{O}(T(MNL + LM^2 + NM^3))$
OAMP-MMV	$\mathcal{O}(T(MN \log_2 N + NM^3))$

#### 6.4.2 收敛性分析

本小节分析所提出的CAD算法的收敛性（即收敛到关于变量 $\gamma_b^t$ 的驻点）。在给出更详细的收敛结果之前，本小节首先给出以下引理，它有助于分析所提出算法的收敛性。

**引理6.1.** 令 $\zeta_b^t = \gamma_b^t - \bar{p}\eta_b^t \nabla f(\gamma_b^t)$ ，并且 $\zeta_b^* = \gamma_b^* - \bar{p}\eta_b^t \nabla f(\gamma_b^*)$ ，其中 $\gamma_b^*$ 是最小化问题(6.9)的最优解。对于任意的接入点 $b$ ，平滑常数 $\mathcal{L}_f$ ，参数 $\varpi > 0$ ，当函数 $f(\cdot)$ 是 $\mathcal{L}_f$ 平滑的<sup>[167]</sup>（即 $\|\nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^{t-1})\| \leq \mathcal{L}_f \|\gamma_b^t - \gamma_b^{t-1}\|$ ），并且步长满足以下条件时，

$$\frac{1}{\mathcal{L} + \epsilon} \leq \eta_b^t < \min\left(\frac{2}{\mathcal{L}_f}, \frac{1}{\epsilon}\right), b = 1, 2, \dots, B, \quad (6.29)$$

则有

$$\mathbb{E} \left\{ \|\zeta_b^t - \zeta_b^*\|_2^2 \right\} \leq \mathbb{E} \left\{ \|\gamma_b^t - \gamma_b^*\|_2^2 \right\} - \bar{p}\varpi\eta_b^t d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*), \quad (6.30)$$

这里 $d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*)$ 表示函数 $f(\cdot)$ 的Bregman的散度，其具体定义为 $d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*) := f(\gamma_b^t) - f(\gamma_b^*) - \langle \nabla f(\gamma_b^t), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle$ 。

证明: 见附录D.1 □

如前所述，引理6.1中的界限(6.30)取决于Bregman散度，而Bregman散度将在验证所提出的CAD算法的收敛性方面发挥关键作用。接下来，本小节证明算法6.1中第7步和第13步稳定点的存在性和最优性。

**引理6.2.** 对于任意的AP  $b$ ，满足算法6.1中的第7步和第13步递归的最优解 $\gamma_b^*$ 是存在的，即对于任意的 $\eta_b^t$ 和 $\eta_b^{l,t}$ ，即给定向量 $\mathbf{x}_b^* \in \partial\Psi(\gamma_b^*)$ ， $\mathbf{x}_b^{l,*} \in \partial\Psi_l(\gamma_b^*)$ 和 $\mathbf{e}_b^* \in \partial g(\gamma_b^*)$ ，如果以下等式成立的话，

$$\nabla f(\gamma_b^*) + \tau \sum_{l \in \mathcal{N}_b} c_{lb}^t \mathbf{x}_b^{l,*} + \beta \mathbf{e}_b^* = \mathbf{0}, \quad (6.31)$$

那么以下关系成立

$$\boldsymbol{\gamma}_b^* = \text{prox}_{\beta\eta_b^t g}(\boldsymbol{\gamma}_b^* - \eta_b^t \widetilde{\nabla} f(\boldsymbol{\gamma}_b^*) - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^*), \quad (6.32)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_b^* = \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{z}_b^* + \tau\eta_b^{l,t}\mathbf{x}_b^{l,*}), \quad (6.33)$$

其中条件(6.31)意味着当获得最优解时, (6.9) 中的局部代价函数的次梯度将达到0。

证明: 见附录D.2 □

注意CAD算法存在一个特定的稳定点 $\boldsymbol{\gamma}_b^*$ , 本小节接下来证明 $\boldsymbol{\gamma}_b^t$ 的迭代将收敛到这个特定的稳定点。首先将所有AP的信息整理成块矢量和矩阵的形式。对于第 $b$ 个AP, 可将变量 $\boldsymbol{\gamma}_b^t$ 相对于时间序列 $t$ 的均值定义为 $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_b^t = \frac{1}{t} \sum_{j=0}^{t-1} \boldsymbol{\gamma}_b^j$ 。类似于文献<sup>[179]</sup>, 全局随机量定义为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}^* &= \text{col}\{\boldsymbol{\gamma}_1^*, \boldsymbol{\gamma}_2^*, \dots, \boldsymbol{\gamma}_B^*\}, \\ \bar{\boldsymbol{\gamma}}^t &= \text{col}\{\bar{\boldsymbol{\gamma}}_1^t, \bar{\boldsymbol{\gamma}}_2^t, \dots, \bar{\boldsymbol{\gamma}}_B^t\}, \\ \mathbf{h}^t &= \text{col}\{d_f(\bar{\boldsymbol{\gamma}}_1^t, \boldsymbol{\gamma}_1^*), d_f(\bar{\boldsymbol{\gamma}}_2^t, \boldsymbol{\gamma}_2^*), \dots, d_f(\bar{\boldsymbol{\gamma}}_B^t, \boldsymbol{\gamma}_B^*)\}. \end{aligned} \quad (6.34)$$

下面的定理给出了所提出的CAD算法的收敛速度。

**定理6.1.** 如果步长满足 $\frac{1}{\mathcal{L}_f + \epsilon} \leq \eta_b^t < \min(\frac{2}{\mathcal{L}_f}, \frac{1}{\epsilon})$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$ , 那么以下不等式成立

$$\mathbb{E}\{\mathbf{h}^t\} \leq \frac{1}{\bar{\rho}\omega t} \frac{1}{\boldsymbol{\eta}^t} \odot \mathcal{W}^0, \quad (6.35)$$

其中 $\frac{1}{\boldsymbol{\eta}^t} = \text{col}\{\frac{1}{\eta_1^t}, \frac{1}{\eta_2^t}, \dots, \frac{1}{\eta_B^t}\}$ ,  $\mathcal{W}^0 = \text{col}\{\mathcal{W}_1^0, \mathcal{W}_2^0, \dots, \mathcal{W}_N^0\}$ , 这里

$$\mathcal{W}_b^0 = \|\boldsymbol{\gamma}_b^0 - \boldsymbol{\gamma}_b^*\|_2^2 + \tau^2 \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\eta_b^{l,0})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,0} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2. \quad (6.36)$$

证明: 本小节利用Lyapunov函数来证明算法的稳定性和收敛性。类似于文献<sup>[172;180]</sup>, 本研究点定义CAD算法中每个AP的Lyapunov函数为

$$\mathcal{W}_b^{t+1} = \mathbb{E}\{\|\boldsymbol{\gamma}_b^{t+1} - \boldsymbol{\gamma}_b^*\|_2^2\} + \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\tau\eta_b^{l,t+1})^2 \mathbb{E}\{\|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2\}, \quad (6.37)$$

它测量了 $\boldsymbol{\gamma}_b^t$ 和 $\boldsymbol{\gamma}_b^*$ 之间的距离以及 $\mathbf{x}_b^{l,t}$ 和 $\mathbf{x}_b^{l,*}$ 之间的距离之和。

为了建立 $\mathcal{W}_b^t$ 表达式右侧第一项的上限, 可以应用近端映射的非扩张性<sup>[171]</sup>, 这意味着当函数 $\Psi_l$ 不平滑且平滑度趋向于无穷时, 即对于任何 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ ,  $\mathcal{L}_{\Psi_l} = +\infty$ , 以下等式成立

$$\begin{aligned} &\left(1 + \frac{1}{\tau\eta_b^{l,t}\mathcal{L}_{\Psi_l}}\right) \|\mathbf{x} - \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{x}) - (\mathbf{y} - \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{y}))\|_2^2 \\ &+ \|\text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{x}) - \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t}\Psi_l}(\mathbf{y})\|_2^2 \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2, \end{aligned} \quad (6.38)$$

下面考虑算法6.1 中的第13 步和第16 步，将  $\mathbf{x} = \mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t}$  和  $\mathbf{y} = \boldsymbol{\gamma}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*}$  代入到不等式(6.38) 中，并考虑引理6.2中的最优条件，可以得到

$$\begin{aligned} & \|\boldsymbol{\gamma}_b^{t+1} - \boldsymbol{\gamma}_b^*\|_2^2 + \left(1 + \frac{1}{\tau\eta_b^{l,t} \mathcal{L}_{\Psi_l}}\right) \|\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t} - \boldsymbol{\gamma}_b^{t+1} - (\boldsymbol{\gamma}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*} - \boldsymbol{\gamma}_b^*)\|_2^2 \\ &= \|\boldsymbol{\gamma}_b^{t+1} - \boldsymbol{\gamma}_b^*\|_2^2 + \left(1 + \frac{1}{\tau\eta_b^{l,t} \mathcal{L}_{\Psi_l}}\right) (\tau\eta_b^{l,t})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \end{aligned} \quad (6.39)$$

$$\leq \|\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t} - (\boldsymbol{\gamma}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*})\|_2^2. \quad (6.40)$$

取(6.40)中关于随机选择  $l$  的期望，并将关系  $\eta_b^{l,t} = \frac{c_{lb}^t \eta_b^t}{p_l}$  代入进去，可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t} - (\boldsymbol{\gamma}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*})\|_2^2 \right\} = \|\mathbf{z}_b^t - \boldsymbol{\gamma}_b^*\|_2^2 \\ & + (\tau\eta_b^t)^2 \sum_{l \in \mathcal{N}_b} \frac{(c_{lb}^t)^2}{p_l} \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 + 2\tau\eta_b^t \langle \mathbf{z}_b^t - \boldsymbol{\gamma}_b^*, \mathbf{x}_b^t - \mathbf{x}_b^* \rangle. \end{aligned} \quad (6.41)$$

根据引理6.1和算法6.1的步骤7, 可以将  $\mathbf{x} = \mathbf{z}_b^t = \text{prox}_{\beta\eta_b^t g}(\boldsymbol{\zeta}_b^t - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^t)$  和  $\mathbf{y} = \boldsymbol{\gamma}_b^* = \text{prox}_{\beta\eta_b^t g}(\boldsymbol{\zeta}_b^* - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^*)$  代入(6.38) 中。然后，(6.41) 的右侧的第一项有如下的界限

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{z}_b^t - \boldsymbol{\gamma}_b^*\|_2^2 \leq \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^t - (\boldsymbol{\zeta}_b^* - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^*)\|_2^2 \\ & - \left(1 + \frac{1}{\beta\eta_b^t \mathcal{L}_g}\right) \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\boldsymbol{\zeta}_b^* - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^* - \boldsymbol{\gamma}_b^*)\|_2^2 \\ & \leq -2\tau\eta_b^t \langle \boldsymbol{\zeta}_b^t - \boldsymbol{\zeta}_b^*, \mathbf{x}_b^t - \mathbf{x}_b^* \rangle - \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\boldsymbol{\zeta}_b^* - \boldsymbol{\gamma}_b^*)\|_2^2 \\ & + 2\tau\eta_b^t \langle \boldsymbol{\zeta}_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\boldsymbol{\zeta}_b^* - \boldsymbol{\gamma}_b^*), \mathbf{x}_b^t - \mathbf{x}_b^* \rangle + \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \boldsymbol{\zeta}_b^*\|_2^2 \\ & = \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \boldsymbol{\zeta}_b^*\|_2^2 - \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\boldsymbol{\zeta}_b^* - \boldsymbol{\gamma}_b^*)\|_2^2 - 2\tau\eta_b^t \langle \mathbf{z}_b^t - \boldsymbol{\gamma}_b^*, \mathbf{x}_b^t - \mathbf{x}_b^* \rangle, \end{aligned} \quad (6.42)$$

其中  $\mathcal{L}_g$  表示促稀疏函数的平滑度常数，第二个不等式是通过省略被因子  $1/(\beta\eta_b^t \mathcal{L}_g)$  相乘的非正项得到的，最后一个等式的右侧是通过合并其左侧的第二项和第三项而获得的。接下来，结合(6.42) 中的不等式，可以得到如下所示的(6.41) 的上界

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{z}_b^t + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,t} - (\boldsymbol{\gamma}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*})\|_2^2 \right\} \\ & \leq \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \boldsymbol{\zeta}_b^*\|_2^2 - \|\boldsymbol{\zeta}_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\boldsymbol{\zeta}_b^* - \boldsymbol{\gamma}_b^*)\|_2^2 + (\tau\eta_b^t)^2 \sum_{l \in \mathcal{N}_b} \frac{(c_{lb}^t)^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2}{p_l}. \end{aligned} \quad (6.43)$$

为了获得  $\mathcal{W}_b^t$  中第二项的界限，本研究点在不等式(6.39) 和(6.40) 的两边同时添加以下缺失



的项

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\tau \eta_b^{l,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\} = \mathbb{E} \left\{ (\tau \eta_b^{l,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\} \quad (6.44)$$

$$+ \mathbb{E} \left\{ \sum_{k \in \mathcal{N}_b, k \neq l} (\tau \eta_b^{k,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{k,t+1} - \mathbf{x}_b^{k,*}\|_2^2 \right\} = \mathbb{E} \left\{ (\tau \eta_b^{l,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\}$$

$$+ \mathbb{E} \left\{ \sum_{k \in \mathcal{N}_b, k \neq l} (\tau \eta_b^{l,t})^2 \|\mathbf{x}_b^{k,t} - \mathbf{x}_b^{k,*}\|_2^2 \right\} = \mathbb{E} \left\{ (\tau \eta_b^{l,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\}$$

$$+ \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (1 - p_l) (\tau \eta_b^{l,t})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 = \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\tau \eta_b^{l,t})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 - (\tau \eta_b^t)^2 \sum_{l \in \mathcal{N}_b} \frac{(c_{lb}^t)^2}{p_l} \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2$$

$$+ \mathbb{E} \left\{ (\tau \eta_b^{l,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\}, \quad (6.45)$$

其中第二个等式利用了这样一个事实，即  $\mathbb{E} \left\{ \sum_{k \in \mathcal{N}_b, k \neq l} (\tau \eta_b^{k,t+1})^2 \|\mathbf{x}_b^{k,t+1} - \mathbf{x}_b^{k,*}\|_2^2 \right\}$  在第  $t$  次迭代中值没有改变，而最后一个等式是根据  $\eta_b^{l,t}$  的定义而得来的。接下来，将(6.44)等号左边的项和(6.45)分别加到(6.39)和(6.40)上。然后，结合(6.43)，可以观察到(6.43)的右侧的最后一项消失了，这是因为(6.45)中有和这一项相同的值。根据上面的分析，可以得到

$$\begin{aligned} & \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\tau \eta_b^{l,t+1})^2 \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\} + \mathbb{E} \left\{ \|\gamma_b^{t+1} - \gamma_b^*\|_2^2 \right\} \\ & \leq \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\tau \eta_b^{l,t})^2 \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\} - \frac{(\tau \eta_b^{l,t})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2}{\tau \eta_b^{l,t} \mathcal{L}_{\Psi_l}} \\ & + \mathbb{E} \left\{ \|\zeta_b^t - \zeta_b^*\|_2^2 \right\} - \mathbb{E} \left\{ \|\zeta_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\zeta_b^* - \gamma_b^*)\|_2^2 \right\} \\ & \leq \underbrace{\mathbb{E} \left\{ \|\gamma_b^t - \gamma_b^*\|_2^2 \right\} + \sum_{l \in \mathcal{N}_b} (\tau \eta_b^{l,t})^2 \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{x}_b^{l,t} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2 \right\}}_{\mathcal{W}_b^t} \\ & - \bar{p} \varpi \eta_b^t d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*) - \frac{(\tau \eta_b^{l,t})^2 \|\mathbf{x}_b^{l,t+1} - \mathbf{x}_b^{l,*}\|_2^2}{\tau \eta_b^{l,t} \mathcal{L}_{\Psi_l}} - \mathbb{E} \left\{ \|\zeta_b^t - \mathbf{z}_b^t - (\zeta_b^* - \gamma_b^*)\|_2^2 \right\}, \quad (6.46) \end{aligned}$$

其中最后一个不等式利用了引理6.1，即如果步长满足(6.29)中的条件，则  $\zeta_b^t$  和  $\zeta_b^*$  之间的差异是有上限的。接下来省略表达式(6.46)的最后两项，可得

$$\mathcal{W}_b^{t+1} \leq \mathcal{W}_b^t - \bar{p} \varpi \eta_b^t d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*). \quad (6.47)$$

通过将(6.47)中的不等式从0伸缩到  $t$ ，有以下不等式

$$\sum_{j=0}^t d_f(\gamma_b^j, \gamma_b^*) \leq t \mathbb{E} \left\{ d_f(\bar{\gamma}_b^t, \gamma_b^*) \right\} \leq \frac{1}{\bar{p} \varpi \eta_b^0} (\mathcal{W}_b^0 - \mathcal{W}_b^{t+1}). \quad (6.48)$$

然后省略上面公式圆括号内的最后一项，并将(6.48)的两侧除以  $t$ ，可以得到

$$\mathbb{E} \left\{ d_f(\bar{\gamma}_b^t, \gamma_b^*) \right\} \leq \frac{1}{t \bar{p} \varpi \eta_b^0} \mathcal{W}_b^0. \quad (6.49)$$

最后，在所有AP上收集计算Bregman散度界限可得出(6.35)。  $\square$

从(6.49)可以观察到所提出的算法以 $\mathcal{O}(1/t)$ 的速度收敛，并且它清楚地显示了概率 $\bar{p}$ 是如何影响收敛速度的。即当 $\bar{p} = 1$ 时，计算全部的梯度，那么Bregman散度界达到最小值。此外，虽然不等式(6.42)中的稀疏性参数 $\beta$ 已经消失，但是(6.49)的 $\mathcal{W}_b^0$ 中包含的相似性参数 $\tau \neq 0$ ，这意味着需要一个小的相似参数 $\tau$ 来保持可接受的Bregman散度界限。值得注意的是最优参数 $\beta$ 和 $\tau$ 可以基于稳态均方偏差(MSD)来设计，即 $\mathbb{E}(\|\text{col}\{\gamma_1^* - \gamma_1^t, \gamma_2^* - \gamma_2^t, \dots, \gamma_B^* - \gamma_B^t\}\|_2^2)$ ，其中 $t \rightarrow \infty$ ，这将在以后的工作中继续讨论。

## 6.5 仿真实验与结果分析

本节展示仿真结果，以验证所提出的协作大规模随机接入方案在6G无线网络中的有效性。本节仿真了6G无小区无线网络，该网络由分布在广阔区域中的 $B = 20$ 个AP组成，且该网络为 $N$ 个潜在设备提供服务。AP到AP距离为0.5km，网络覆盖半径设置为1.8km，常数 $\theta$ 选择为 $1/0.039$ ，惩罚参数 $\beta$ 和 $\tau$ 分别设置为0.38和0.03， $p_l$ 设置为 $\frac{1}{|N_b|_c}$ ，常量 $\rho$ 设置为500。

类似于前两章，本章采用检测错误率，即AER作为性能衡量标准。作为参考，本章将所提出的CAD算法与两个基线方案进行了比较：传统的基于ML的多小区大规模MIMO (massive MIMO, mMIMO)<sup>[124]</sup>和基于AMP的多小区mMIMO<sup>[162]</sup>，其中每个AP仅服务于其小区内的设备，无需多小区协作，并且将小区间干扰视为噪声。对于AP  $b$ 和设备 $k$ ，平均信噪比(SNR)定义为 $\text{SNR}_{b,k} = \frac{\|\mathbf{s}_k\|_2^2 g_{b,k} \mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_{b,k}\|_2^2\}}{\mathbb{E}\{\|\mathbf{W}_b\|_F^2\}} = \frac{g_{b,k}}{\sigma^2}$ 。

图6.2比较了CAD算法、基于ML和基于AMP的多小区方法的收敛速率，其中 $N = 1,000$ ， $K = 300$ ， $M = 32$ ，并且 $\text{SNR} = 10$  dB。为了研究步长的影响，本节将提出的CAD算法中的 $\bar{p}$ 固定为1，调整参数 $\epsilon$ 设置为90，协作AP的数量设置为5，CAD算法的步长 $\eta_b = 0.03$ ，所有AP有相同的步长。仿真结果表明，自适应步长的CAD算法比固定步长的CAD算法收敛得更快。这是因为具有自适应步长的CAD算法总是可以选择更合适的步长，这使得算法在最初的几次迭代中便快速收敛。

接下来，本节研究 $\bar{p}$ 对CAD算法性能的影响，其中 $N = 1,000$ ， $K = 200$ ， $M = 32$ ， $L = 120$ ，并且 $\text{SNR} = 10$  dB。图6.3的结果表明对于较大的 $\bar{p}$ ，它对所提出方案的收敛速度和检测精度有轻微影响。尽管较小的 $\bar{p}$ 对算法性能影响较为明显，但是与基于ML和基于AMP的多小区算法相比，CAD算法的AER性能仍然获得了巨大的提升。可以看出，基于ML和基于AMP的多小区算法在开始时收敛速度都较快，但很快便达到了平稳状态，即它们的性能不能随着迭代次数的增加而进一步提升。正如本章正文中所讨论的，CAD

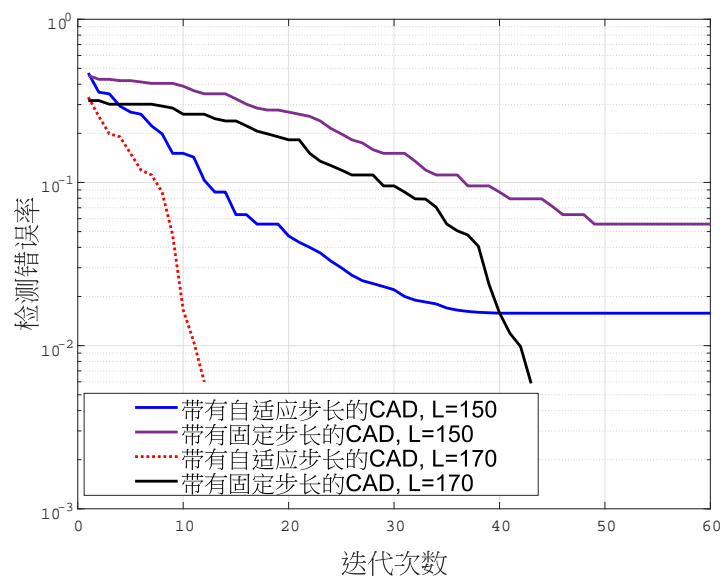
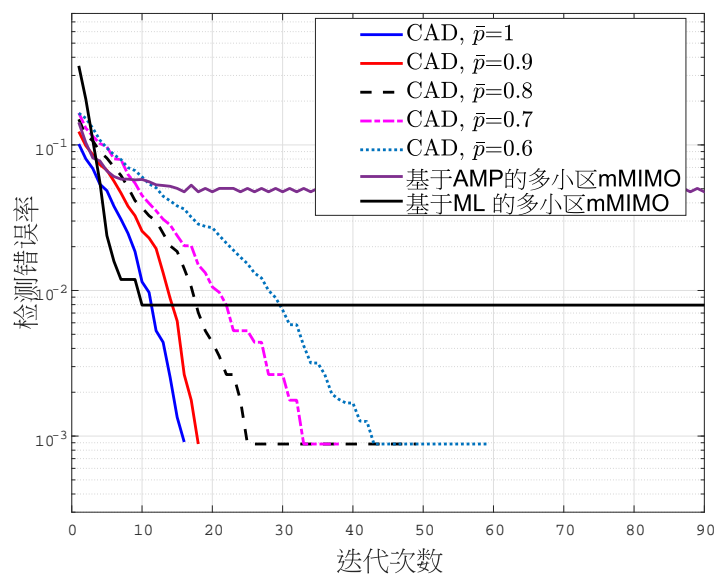


图 6.2 算法收敛速度的展示

图 6.3 概率 $\bar{p}$ 对检测错误率的影响

算法在 $0 < \bar{p} < 1$ 的情况下具有较小的计算复杂度，因为在每次迭代中需要计算的梯度量较少。仿真的结果表明在实际应用中，在保持几乎相同的收敛速度和检测精度的同时，可以放弃一些梯度计算。

在接下来的仿真中，梯度计算的概率 $\bar{p}$ 设置为1，以在各种系统设置下展示CAD的全部潜力。图6.4描述了所提出的CAD算法的检测性能如何随着用于协作的AP数量的不同而变化，其中 $N = 1,000$ ， $K = 200$ ，并且 $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ 。最初，在具有少量AP协作时，随

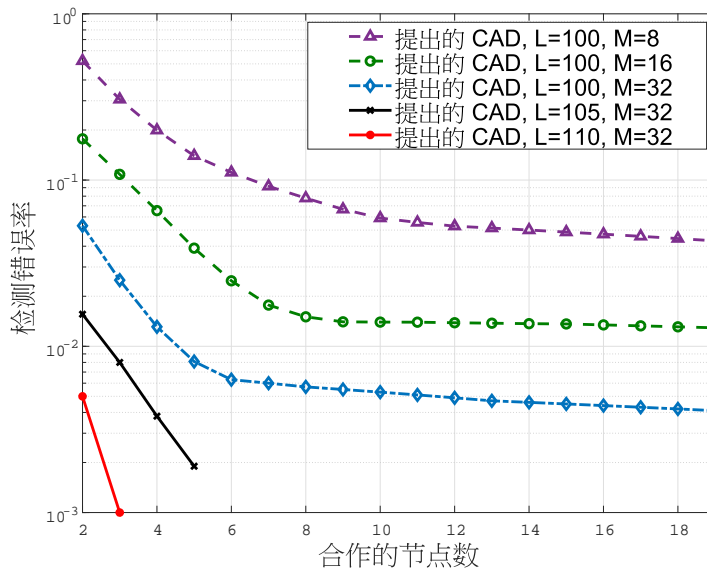


图 6.4 合作接入点的数量对检测错误率的影响

随着协作AP数量的增加，AER急剧下降。但是，当协作AP的数量不断增加时，性能提升就会减弱。此外，观察到这样的性能饱和点值取决于AP天线的数量 $M$ 和前导序列长度 $L$ 。具体来说，增加 $M$ 或 $L$ 有助于降低饱和点值，这表明AP可以以较低的通信代价检测激活设备。出现这种现象的原因是，对于任意AP，更多的协作连接会导致所提出的CAD算法中有更多的中间估计值交换，从而提高检测性能。然而，从特定激活设备到离其较远处AP的信道强度可以忽略不计，这导致与远距离AP交换中间估计不能进一步提高大规模设备检测性能。此结果表明，有效协作只需要少量AP，这大大促进了检测性能和通信代价之间的平衡。

在余下的仿真中，协作的AP数量固定设置为5个。图6.5显示了检测性能与前导序列长度 $L$ 的关系，其中 $N = 500$ ， $K = 100$ ，并且 $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ 。从这个图中，可以直观地观察到所有考虑的算法的AER随着序列长度或每个AP的天线数量的增加而减小。还可以看到，与基于ML和基于AMP的多小区算法相比，所提出的CAD算法减少了实现准确激活设备检测所需的前导序列长度。协作策略的这种优势主要来自于所提出的算法利用了多个AP的结构化稀疏性和相似性这一事实。此外，本研究点推导出了相似度促进项和稀疏度促进项的近端算子的闭式表达式，这实现了更高的效率。相比之下，基于ML和基于AMP的多小区方法忽略了此类先验信息，仅对分布在其自己小区中的设备执行激活设备检测。

图6.6绘制了算法随不同激活概率而变化的AER曲线，其中 $N = 500$ ， $L = 100$ ，并且 $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ 。从图中可以看到所有算法的性能随着激活概率的增加而下降。这是因为设备之间的信道干扰随着激活设备的增加而增大。注意AMP算法需要事先知道大规模衰

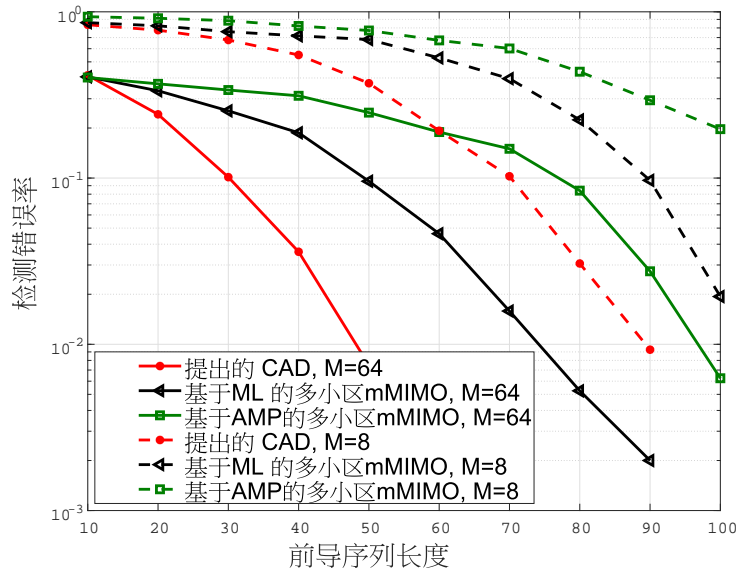


图 6.5 前导序列长度对检测错误率的影响

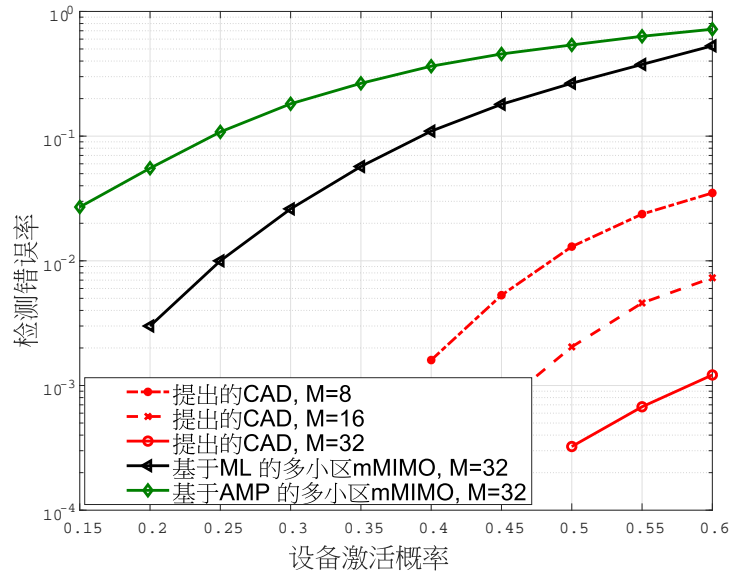


图 6.6 激活概率对检测错误率的影响

落系数和激活设备数量 $K$ ，而CAD算法只需要信道观测的样本协方差。因此，与AMP算法相比，所提出的CAD算法对于 $K$ 的不准确估计和信道统计数据的变化具有更好的鲁棒性。此外，CAD算法不需要估计信道强度，只需要估计较少数量的未知参数，因此，相比于基于AMP的多小区算法，CAD算法更有效。即使设备激活概率高于0.6，所提出的算法也大大优于其他两种多小区算法。

图6.7绘制了不同SNR下的检测性能，其中 $N = 1,000$ ， $K = 100$ ， $L = 50$ ，并

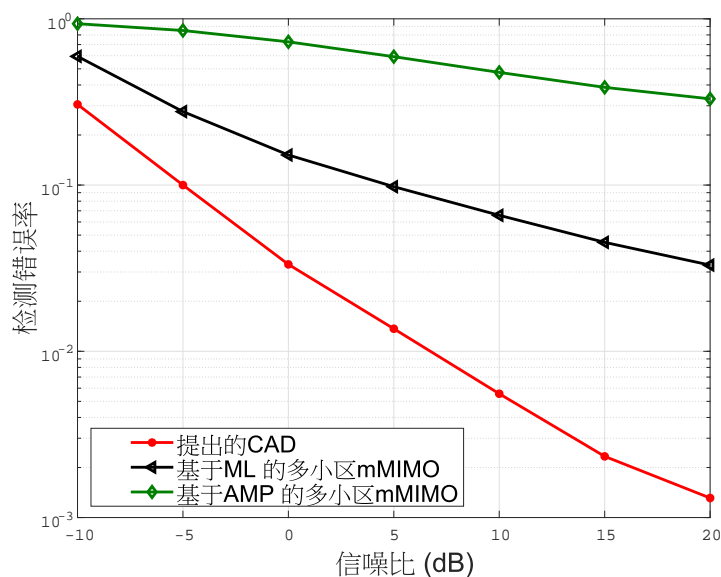


图 6.7 SNR对检测错误率的影响

且 $M = 32$ 。可以看出，对于所考虑的SNR范围，基于ML和基于AMP的多小区算法的性能比CAD算法差，并且随着SNR的增加，此性能差距扩大。原因是小区间干扰是限制多小区检测算法性能的重要因素，特别是当小区间干扰在高信噪比中占主导地位时。而6G无小区无线网络中没有小区边界，而且通过AP的配合可以避免小区间干扰。

## 6.6 结论

本章基于接收信号的协方差，设计了一种用于6G无小区无线网络的大规模免授权随机接入框架。本章提出了一种用于激活设备检测的分布式协作激活设备检测算法，该算法利用联合相似性和稀疏性使得相邻AP之间完成了并行协作激活设备检测。接下来，本章对所提出的分布式协作激活设备检测算法的收敛性进行了理论分析，结果表明它具有 $\mathcal{O}(1/t)$ 的收敛速度。而且本章所提出的算法每次迭代的计算复杂度和通信代价均不会随着每个AP的天线数量 $M$ 的增加而增大。最后，仿真结果表明，本章提出的分布式协作激活设备检测算法不仅能够大幅降低前导序列开销和整体检测错误率，而且该算法只需要少量AP的合作，即激活设备检测误差可以在有限的前传链路的情况下接近于零。

## 第七章 总结与展望

### 7.1 研究总结

大规模免授权随机接入技术是6G无线网络的关键技术之一，受到了学术界和工业界的广泛关注。对于大规模免授权随机接入，其核心问题是检测出激活的设备并估计出相应的信道状态信息。然而，大规模免授权随机接入在实际应用中仍然面临诸多挑战，例如，如何降低算法的复杂度，如何通过协作提高检测的精度，如何增强算法的智能性。为此，本文重点研究了：大规模免授权随机接入的一体化设计并揭示了关键系统参数对大规模免授权随机接入性能的影响；基于降维的联合激活检测和信道估计方案设计；基于深度学习的智能激活设备检测和信道估计方案设计；基于毫米波/太赫兹的宽带激活设备检测和信道估计方案设计；基于分布式协作的激活设备检测方案设计。研究工作的主要成果如下：

1. 本文提出了一种三相传输协议，包括设备检测和信道估计、上行数据传输和下行数据传输。系统分析了采用三相传输协议时，大规模免授权随机接入系统的信道估计值和信道估计误差的分布信息。揭示了信道估计误差与前导序列长度、基站天线数目成反比，但是与激活设备数目成正比等结果，对后续激活设备检测和信道估计算法的设计起到了指导作用。本文根据信道条件和系统参数推导出上行链路和下行链路数据传输可达速率的闭式表达式。基于速率表达式，本文给出了三相传输协议的长度分配优化算法。仿真结果验证了速率分析的准确性和所提时隙长度优化算法相比于现有算法的优越性。
2. 创新性地提出了一种基于降维的联合激活设备检测和信道估计算法。该算法首先利用原始设备状态矩阵的稀疏和低秩结构将接收信号投影到低维空间。基于降维模型，本文为联合激活设备检测和信道估计设计了一个带有列满秩约束的优化设计框架。并率先设计了秩估计方案、对数平滑方法和基于黎曼优化的激活检测和信道估计算法，该算法有效的减少了求解过程中搜索空间的大小。仿真结果表明所提算法在激活设备检测可靠性、信道估计精确度和计算复杂度方面均优于现有算法。

3. 创新性的设计了基于模型驱动深度学习的智能激活设备检测和信道估计框架，其包含降维模块、深度学习网络模块、激活设备检测模块和信道估计模块。通过结合期望最大化和反向传播，本文在深度学习网络中引入了自适应调整模块，以自适应调整AWGN精度并学习设备状态矩阵的分布参数。此外，本文利用设备状态矩阵分布的先验特征，推导出了一种新的降噪器。基于此，本文设计了一个包括内部网络和外部网络的特征辅助自适应调整深度学习网络，以解决大规模设备检测问题。数值仿真结果验证了该算法能够有效提高成功检测概率，降低接入时延。
4. 创新性的探索了高频段频谱特性，以解决研究基于mmW/THz的宽带大规模接入系统的联合激活设备检测和信道估计问题。mmW/THz信道的路径损耗大，散射点少，测量结果表明，在密集城市非直射路径条件下，mmW/THz信道中通常仅呈现出三到四个散射簇，每个散射簇内具有少量的延迟/角度扩展。基于此项观察，本文挖掘了mmW/THz信道延迟-角度域的低秩和稀疏特性，为mmW/THz宽带系统设计了一种新颖的大规模接入框架。为降低问题的复杂性，本文对原始问题进行了近似转换，并基于乘积流形的一阶搜索，为mmW/THz宽带大规模接入框架设计了两种特定的多重秩已知稀疏恢复算法，并结合误差收缩和留一法扰动理论，从理论上严格地分析了所提出算法的收敛性。仿真结果表明提出的算法可以有效提升设备的接入可靠性。
5. 全面地研究了面向无小区网络的大规模免授权随机接入，并首次提出了分布式协作激活设备检测算法。该算法不需要集中的融合中心，使得系统中的所有AP并行运行以得到激活设备检测的结果，从而减少了接入延迟。更重要的是，本文所提方案在应对AP或前传链路的故障方面有高强度可靠性和稳健性。为了减少该算法前导序列长度的开销，本文首先基于统计信息研究了相邻AP之间的设备状态向量的关联性，即联合相似性和稀疏性，进而提出了一种基于前向后向分裂策略的分布式近似分离算法以解决激活设备检测问题。然后，本文结合李雅普诺夫函数和近端映射的非扩张性，从理论上详细分析了提出的算法的收敛特性。仿真结果显示提出的合作激活设备检测算法可以有效地支持大规模设备的偶发性免授权随机接入。

## 7.2 进一步研究方向

本文面向6G无线网络的特点和需求，对大规模免授权随机接入的若干核心问题开展了深入的研究，取得了一些创新性的成果，为6G无线网络的设计提供了重要的理论依据和技



术支持。然而，大规模免授权随机接入仍然存在不少挑战性的问题，有待今后进一步研究和完善。具体而言，今后的主要研究工作包括以下几个方面：

- 1. 基于分布式深度学习的大规模免授权随机接入技术：**深度学习技术可以通过从预先收集的数据中学习未知的信道统计信息来提高设备检测性能。然而，由于设备的迅速增长，训练数据的需求已经超过了基站计算能力的增长。此外，无小区网络的兴起也促进了免授权随机接入从中央处理向边缘智能发展。因此，如何在多个基站之间分配深度学习工作负载，使得数据训练并行化和模型连续化，进而将集中式智能激活设备检测转变为分布式智能激活设备检测系统是需要进一步研究的内容。
- 2. 空中大规模免授权随机接入技术：**无人机与同一地面基站的通信活动具有高度的移动性和随机性。因此，具有基于无人机的免授权随机接入协议是实现高效大规模随机接入的重要方面。另外，低轨卫星网络已成为物联网服务提供全球覆盖接入的有前景的解决方案。与现有蜂窝网络相比，低轨卫星通信中通信链路更加稳健。此外，低轨卫星网络需要较少的地面基础设施（如基站）支持。然而，本文的随机接入方案是针对瑞利信道而设计的。在瑞利信道模型中，传播路径中的视线传输分量可以忽略不计，散射分量占主导地位。然而，低轨卫星与地面设备的信道是视线信道为主。因此，如何设计基于视线信道的激活设备检测也是未来研究方向之一。
- 3. 空时频稀疏耦合的大规模免授权随机接入技术：**当大规模设备同时在空间、时间或者频率上相距的非常近时，那么它们的信道满足特定的相关特性，比如三维耦合稀疏特性。本文方案忽略了此种特性。如何进一步利用三维耦合稀疏特性，进一步提高前导序列利用率，进而提高可以接入的设备数，是很有意义的研究工作。
- 4. 大规模免授权随机接入的专用波束赋形技术：**本文所考虑的大规模随机接入方案都忽略了基站端波束赋形技术。波束赋形可以补偿无线信号传播过程中由空间损耗、多径效应等因素引入的信号衰落与失真，同时降低同信道用户间的干扰。设备在每个时隙是随机激活的，因此如何为大规模随机接入设计特定的波束赋形技术是需要进一步研究的内容。
- 5. 智能反射面辅助的大规模随机接入方案：**本文所考虑的大规模随机接入方案都是假设基站和设备之间的直射信道良好，不存在遮挡。但是，在大规模接入的场景中，直射路径很容易被遮挡，导致基站接收到的信号能量微弱，进而导致接入失败。而最近兴起的可重构智能超表面技术，可以通过主动控制其相位信息而改变信道环境。智能反射面的每个反射单元都可以独立地对入射信号进行更改，如相位和幅度，因

此智能超表面不消耗任何发射功率。当直射信号质量较差时，智能超表面可以智能地配置无线环境来辅助发射端和接收端间的信息传输以提高激活设备检测性能。但是，智能超表面众多的反射单元也引入了更多未知信道信息维度，导致了维数灾难。因此在下一步的工作中，可考虑如何设计可行的智能反射面辅助的大规模随机接入方案。

## 参考文献

- [1] Wong V W S, Schober R, Ng D W K, Wang L-C. Key Technologies for 5G Wireless Systems[M]. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2017.
- [2] Palattella M R. Internet of things in the 5G era: enablers, architecture, and business models[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016, 34(3):510-527.
- [3] Davoli L, Belli L, Cilfone A, Ferrari G. From micro to macro IoT: challenges and solutions in the integration of IEEE 802.15.4/802.11 and sub-GHz technologies[J]. IEEE Internet Things of Journal, 2018, 5(2): 784-793.
- [4] Harris III A F, Khanna V, Tuncay G, Want R, Kravets R. Bluetooth low energy in dense IoT environments[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(12):30-36.
- [5] Sharma P K, Jeong Y S, Park J H. EH-HL: effective communication model by integrated EH-WSN and Hybrid LiFi/WiFi for IoT[J]. IEEE Internet Things of Journal, 2018, 5(3):1719-1726.
- [6] Sundaram J P S, Du W, Zhao Z. A survey on LoRa networking: Research problems, current solutions, and open issues[J]. IEEE Communications Surveys and Tutorials, 2019, 22(1):371-388.
- [7] Sulyman A I, Oteafy S M A, Hassanein H S. Expanding the cellular-IoT umbrella: An architectural approach[J]. IEEE Wireless Communications, 2017, 24(3):66-71.
- [8] Shao X, Chen X, Zhong C, Zhang Z. Exploiting simultaneously low-rank and sparsity in delay-angular domain for millimeter-wave/terahertz massive access[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, PP(99):1-1.
- [9] Sayeed A, Brady J. Beam-space MIMO for high-dimensional multiuser communication at millimeter-wave frequencies[C]//2013 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE, 2013:3679-3684.
- [10] Chen X. Massive Access for Cellular Internet of Things Theory and Technique[M]. Germany: Springer, 2019.
- [11] Zhang J, Björnson E, Matthaiou M, Ng D W K, Yang H, Love D J. Prospective multiple antenna technologies for beyond 5G[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, 38(8): 1637-1660.
- [12] 3GPP TR 45.820. Cellular system support for ultra-low complexity and low throughput Internet of Things (CIoT)[J]. 2015.
- [13] Wang Y, Lin X, Adhikary A, Grovlen A, Sui Y, Blankenship Y, Bergman J, Razaghi H S. A primer on 3GPP

- narrowband Internet of Things[J]. *IEEE communications magazine*, 2017, 55(3):117-123.
- [14] Sesia S, Toufik I, Baker M. *LTE-the UMTS long term evolution: from theory to practice*[M]. John Wiley and Sons, 2011.
- [15] Lien S, Shieh S, Huang Y, Su B, Hsu Y, Wei H. 5G new radio: Waveform, frame structure, multiple access, and initial access[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2017. 55(6):64-71.
- [16] Saad W, Bennis M, Chen M. A vision of 6G wireless systems: Alications, trends, technologies, and open research problems[J]. *IEEE Network*, 2019, 34(3):134-142
- [17] Pan C, Mehrpouyan H, Liu Y, Elkashlan M, Nallanathan A. Joint pilot allocation and robust transmission design for ultra-dense user-centric TDD C-RAN with imperfect CSI[J]. *Transactions on Wireless Communication*, 2018, 17(3):2038-2053.
- [18] Zhang J, Lu L, Sun Y, et al. PoC of SCMA-based uplink grant-free transmission in UCNC for 5G[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2017, 35(6):1353-1362.
- [19] Masoudi M, Azari A, Yavuz E A, Cavdar C. Grant-free radio access IoT networks: Scalability analysis in coexistence scenarios[C]//2018 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2018:1-7.
- [20] Shahab M B, Abbas R, Shirvanimoghaddam M, Johnson S J. Grant-free non-orthogonal multiple access for IoT: A survey[J]. *IEEE Communications Surveys And Tutorials*, 2020, PP(99):1-1.
- [21] Bayesteh A, Yi E, Nikopour H, Baligh H. Blind detection of SCMA for uplink grant-free multiple-access[C]//2014 International Symposium on Wireless Communications Systems (ISWCS). IEEE, 2014:853-857.
- [22] Wang B, Dai L, Zhang Y, Mir T, Li J. Dynamic compressive sensing-based multi-user detection for uplink grant-free NOMA[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(11):2320-2323.
- [23] Zhang Z, Wang X, Zhang Y, Chen Y. Grant-free rateless multiple access: A novel massive access scheme for Internet of Things[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(10):2019-2022.
- [24] Du Y, Dong B, Chen Z, et al. Efficient multi-user detection for uplink grant-free NOMA: Prior-information aided adaptive compressive sensing perspective[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2017, 35(12):2812-2828.
- [25] Wei F, Chen W, Wu Y, Ma J, Tsiftsis T A. Message-passing receiver design for joint channel estimation and data decoding in uplink grant-free SCMA systems[J]. *Transactions on Wireless Communication*, 2019, 18(1):167-181.
- [26] TR 103 249. *Low Throughput Network(LTN): Use Cases and System Characteristics*[S]. ETSI, 2017.
- [27] TR 103 055. *Electromagnetic compatibility and Radio spectrum Matters(ERM); System Reference document(Srdoc): Spectrum Requirements for Short Range Device, Metropolitan Mesh Machine Networks(M3N)and Smart Metering(SM)applications*[S]. ETSI, 2017.
- [28] Guo F, Yu F R, Zhang H, Li X, Ji H, Leung V C M, Enabling massive IoT toward 6G: A comprehensive

- survey[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2021, 7(15):11891-11915.
- [29] Wu Y, Gao X, Zhou S, Yang W, Polyanskiy Y, Caire G, Massive access for future wireless communication systems[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2020, 27(4):148-156.
- [30] ITU. Technical and operational aspects of low — power wide-area networks for machine — type communication and the Internet of Things in frequency ranges harmonised for SRD operation[R]. 2018.
- [31] Zhang J, Fan J, Zhang J, Ng D W K, Sun Q, Ai B. Performance analysis and optimization of NOMA-based cell-free massive MIMO for IoT[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2021, PP(99):1-1.
- [32] Centenaro M, Vangelista L, Saur S, Weber A, Braun V. Comparison of collision-free and contention-based radio access protocols for the Internet of Things[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2017, 65(9):3832-3846.
- [33] Pratas N K, Thomsen H, Stefanovic V C, Popovski P. Code expanded random access for machine-type communications[C]//2012 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). IEEE, 2012:1681-1686.
- [34] Sørensen J H, Carvalho E De, Popovski P. Massive MIMO for crowd scenarios: A solution based on random access[C]//2014 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). IEEE, 2014:352-357.
- [35] Björnson E, Carvalho E de, Larsson E G, Popovski P. Random access protocol for massive MIMO: Strongest-user collision resolution (SUCR)[C]//2016 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2016:1-6.
- [36] O. Y. Bursalioglu, C. Wang, H. Papadopoulos, G. Caire. RRH based massive MIMO with on the 'fly' pilot contamination control[C]//2016 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2016:1-6.
- [37] Björnson E, Carvalho E de, Sørensen J H, Larsson E G, Popovski P. A random-access protocol for pilot allocation in crowded massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2017, 16(4):2220-2234.
- [38] Yang Y, Song G, Zhang W, Ge X, Wang C. Neighbor-aware multiple access protocol for 5G mMTC applications[J]. *China Communications*, 2016, 13(2):80-88.
- [39] Nishimura O S, Marinello J C, Abrao T. A grant-based random access protocol in extra-large massive MIMO system[J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(11): 2478-2482.
- [40] Han H, Fang L, Lu W, et al. A Novel Grant-Based Pilot Access Scheme for Crowded Massive MIMO Systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(10): 11111-11115.
- [41] Dhillon H S, Huang H, Viswanathan H, et al. Fundamentals of throughput maximization with random arrivals for M2M communications[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 62(11): 4094-4109.
- [42] Yang X, Fapojuwo A, Egbogah E. Performance analysis and parameter optimization of random access backoff algorithm in LTE[C]//IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Spring). IEEE, 2012:1-5.
- [43] Tello-Oquendo L, Vidal J R, Pla V, et al. Dynamic access class barring parameter tuning in LTE-A networks with massive M2M traffic[C]//2018 17th Annual Mediterranean Ad Hoc Networking Workshop (Med-Hoc-

- Net). IEEE, 2018: 1-8.
- [44] Tello-Oquendo L, Pacheco-Paramo D, Pla V, et al. Reinforcement learning-based ACB in LTE-A networks for handling massive M2M and H2H communications[C]//2018 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2018: 1-7.
- [45] Liu L, Yu W. Massive connectivity with massive MIMO-Part I: Device activity detection and channel estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(11):2933-2946.
- [46] X. Shao, X. Chen, C. Zhong, J. Zhao, Z. Zhang. A unified design of massive access for cellular internet of things[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(2):3934-3947.
- [47] Shao X, Chen X, Jia R. A dimension reduction-based joint activity detection and channel estimation algorithm for massive access[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68:420-435.
- [48] Kim W, Ahn Y, Shim B. Deep neural network-based active user detection for grant-free NOMA systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(4):2143-2155.
- [49] Theodoridis S. Machine learning: a Bayesian and optimization perspective[M]. Academic press, 2015.
- [50] Wei C, Liu H, Zhang Z, Dang J, Wu L. Approximate message passing-based joint user activity and data detection for NOMA[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(3):640-643.
- [51] Zhang Y, Guo Q, Wang Z, Xi J, Wu N. Block sparse Bayesian learning based joint user activity detection and channel estimation for grant-free NOMA systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(10):9631-9640.
- [52] Du Y, Dong B, Zhu W, Gao P, Chen Z, Wang X, Fang J. Joint channel estimation and multiuser detection for uplink grant-free NOMA[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2018, 7(4): 682-685.
- [53] Abebe A T, Kang C G. Joint channel estimation and MUD for scalable grant-free random access[J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23(12):2229-2233.
- [54] Amalladinne V K, Vem A, Soma D K, Narayanan K R, Chamberland J F. A coupled compressive sensing scheme for uncoordinated multiple access[J]. 2018, <http://arxiv.org/abs/1809.04745>.
- [55] Jeong B K, Shim B, Lee K B. MAP-based active user and data detection for massive machine-type communications[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(9):8481-8494.
- [56] Wang J, Zhang Z, Hanzo L. Joint active user detection and channel estimation in massive access systems exploiting Reed-Muller sequences[J]. IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing, 2019, 13(3):739-752.
- [57] He Q, Quek T Q S, Chen Z, Zhang Q, Li S. Compressive channel estimation and multi-user detection in C-RAN with low complexity methods[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(6):3931-3944.
- [58] Yao J, Zhang Z, Shao X, Huang C, Zhong C, Chen X. Concentrative intelligent reflecting surface aided computational imaging via fast block sparse Bayesian learning[C]//IEEE 93rd Vehicular Technology Con-

- ference (VTC 2021-Spring). IEEE, 2021:1-6.
- [59] Khanna S, Murthy C R. Decentralized joint-sparse signal recovery: a sparse bayesian learning approach[J]. IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks, 2017, 3(1):29-45.
- [60] Liu L, Yu W. Massive connectivity with massive MIMO-part II: Achievable rate characterization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(11):2947-2959.
- [61] Ahn J, Shim B, Lee K B. EP-based joint active user detection and channel estimation for massive machine-type communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(7):5178-5189.
- [62] Sun Z, Wei Z, Yang L, Yuan J, Cheng X, Wan L. Exploiting transmission control for joint user identification and channel estimation in massive connectivity[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(9):6311-6326.
- [63] Senel K, Larsson E G. Grant-free massive MTC-enabled massive MIMO: A compressive sensing approach[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66:6164-6175.
- [64] Wang Z, Chen Z, Liu Y -F, Sohrab F, Yu W. An efficient active set algorithm for covariance based joint data and activity detection for massive random access with massive MIMO[C]//2021 IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processes (ICASSP). IEEE, 2021:4840-4844.
- [65] Haghghatshoar S, Jung P, Caire G. Improved scaling law for activity detection in massive MIMO systems[C]//2018 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). IEEE, 2018:381-385.
- [66] Fengler A, Haghghatshoar S, Jung P, Caire G. Non-bayesian activity detection, large-scale fading coefficient estimation, and unsourced random access with a massive MIMO receiver[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2021, 67(5):2925-2951.
- [67] Chen Z, Sohrabi F, Liu Y, Yu W. Covariance based joint activity and data detection for massive random access with massive MIMO[C]//2019 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2019:1-6.
- [68] Chen Z, Sohrabi F, Liu Y -F, Yu W. Phase transition analysis for covariance based massive random access with massive MIMO[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2021, PP(99):1-1.
- [69] Djelouat H, Leinonen M, Ribeiro L, Juntti M. Joint user identification and channel estimation via exploiting spatial channel covariance in mMTC[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(4):887-891.
- [70] Yang A, Jing Y, Xing C, Fei Z, Kuang J. Performance analysis and location optimization for massive mimo systems with circularly distributed antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14:5659-5671.
- [71] Joung J, Chia Y K, Sun S. Energy-efficient, large-scale distributed-antenna system (l-das) for multiple users[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8:954-965.
- [72] Björnson E, Matthaiou M, Debbah M. Massive mimo with nonideal arbitrary arrays: Hardware scaling laws and circuit-aware design[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14:4353-4368.

- [73] Shao X, Chen X, Ng D W K, Zhong C, Zhang Z. Cooperative activity detection: Sourced and unsourced massive random access paradigms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 6578-6593.
- [74] He Q, Chen Z, Quek T Q S, Choi J, Li S. Compressive channel estimation and user activity detection in distributed-input distributed-output systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, (22):1850-1853.
- [75] Choi J. Compressive random access for mtc in distributed input distributed output systems[C]//*IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*. IEEE, 2017:1-5.
- [76] Daniels R C, Heath R W. An online learning framework for link adaptation in wireless networks[C]//*2009 Information Theory and Applications Workshop(ITAW)*. IEEE, 2009:138-140.
- [77] Yun S, Caramanis C. Reinforcement learning for link adaptation in mimo-ofdm wireless systems[C]//*2010 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*. IEEE, 2010:1-5.
- [78] Su Y, Lu X, Zhao Y, Huang L, Du X. Cooperative communications with relay selection based on deep reinforcement learning in wireless sensor networks[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2019, 19(20):9561-9569.
- [79] Chen X, Wu J, Cai Y, Zhang H, Chen T. Energy-efficiency oriented traffic offloading in wireless networks: A brief survey and a learning approach for heterogeneous cellular networks[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2015, 33:627-640.
- [80] Kato N, Fadlullah Z M, Mao B, Tang F, Akashi O, Inoue T, Mizutani K. The deep learning vision for heterogeneous network traffic control: Proposal, challenges, and future perspective[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2017, 24:146-153.
- [81] Park T, Saad W. Resource allocation and coordination for critical messages using finite memory learning[C]//*2016 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*. IEEE, pp. 1-6.
- [82] Rakovic V, Gavrilovska L. Novel rat selection mechanism based on hopfield neural networks[C]//*International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems*. IEEE, 2010: 210-217.
- [83] Miao X, Guo D, Li X. Grant-free NOMA with device activity learning using long short-term memory[J]. *IEEE Wireless Communication Letter*, 2020, 9(7):981-984.
- [84] Fu J, Wu G, Zhang Y, Deng L, Fang S. Active user identification based on asynchronous sparse Bayesian learning with SVM[J]. *IEEE Access*, 2019, 7:108-116.
- [85] Zhang Z, Li Y, Huang C, Guo Q, Yuen C, Guan Y L. DNN-aided block sparse Bayesian learning for user activity detection and channel estimation in grant-free non-orthogonal random access[J]. *Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(12):12000-12012.
- [86] Yu H, Fei Z, Zheng Z, Ye N. finite-alphabet signature design for grant-free NOMA: A quantized deep learning approach[J]. *Transactions on Vehicular Technology*, 2020, PP(99):1-1.
- [87] Ruan Y, Wang W, Zhang Z, Lau V K N. Delay-aware massive random access for machine-type communications via hierarchical stochastic learning[C]//*2017 IEEE International Conference on Communications*



- (ICC). IEEE, 2017:1-6.
- [88] Moon J, Lim Y. Access control of mtc devices using reinforcement learning approach[C]//2017 International Conference on Information Networking (ICOIN). IEEE, 2017:641-643.
- [89] Sahoo S K, Makur A. Signal recovery from random measurements via extended orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(10):2572-2581.
- [90] Yu G, Chen X, Shao X, Zhong C. Low-cost intelligent reflecting surface aided Terahertz multiuser massive MIMO: design and analysis[J]. SCIENCE CHINA Information Sciences, 2021, 64:1-15.
- [91] Shao X, Chen X, Zhong C, Zhang Z. Joint activity detection and channel estimation for mmW/THz wide-band massive access[C]//2020 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2020:1-6.
- [92] Han C, Bicen A O, Akyildiz I F. Multi-ray channel modeling and wideband characterization for wireless communications in the terahertz band[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(5):2402-2412.
- [93] Xu D, Yu X, Sun Y, Ng D W K, Schober R. Resource allocation for IRS-assisted full-duplex cognitive radio systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(12):7376-7394.
- [94] Hu S, Wei Z, Cai Y, Liu C, Ng D W K, Yuan J. Robust and secure sum-rate maximization for multiuser MISO downlink systems with self-sustainable IRS[J]. 2021, arXiv preprint arXiv:2101.10549.
- [95] Kim T, Min K, Jung M, Choi S. Scaling laws of optimal training lengths for TDD massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(8):7128-7142.
- [96] Ullah S M S, Mahyiddin W A, Zakaria N A. Training size optimization with reduced complexity in cell-free massive MIMO system[J]. Wireless Network, 2018, 25(4):1983-1994.
- [97] Cheng H V, Björnson E, Larsson E G. Optimal pilot and payload power control in single-cell massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(9):2363-2378.
- [98] Bayati M, Montanari A. The dynamics of message passing on dense graphs, with applications to compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(2):764-785.
- [99] Donoho D L, Maleki A, Montanari A. Message-passing algorithms for compressed sensing[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2009, 106(45):18914-18919.
- [100] Jose J, Ashikhmin A, Marzetta T L, Vishwanath S. Pilot contamination and precoding in multi-cell TDD systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(8): 2640-2651.
- [101] Scutari G, Facchinei F, Lampariello L. Parallel and distributed methods for constrained nonconvex optimization-Part I: Theory[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(8):1929-1944.
- [102] Zheng G. Joint beamforming optimization and power control for full-duplex MIMO two-way relay channel[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(3):555-566.
- [103] Hu L, Chen Z, Dong Y, Jia Y, Liang L, Wang M. Status update in IoT networks: Age-of-information violation probability and optimal update rate[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(14): 11329-11344.

- [104] Gao Z, Dai L, Han S, I C-L, Wang Z, Hanzo L. Compressive sensing techniques for next-generation wireless communications[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2018, 25(3):144-153.
- [105] Shim B, Song B. Multiuser detection via compressive sensing[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(7):972-974.
- [106] Wang B, Dai L, Mir T, Wang Z. Joint user activity and data detection based on structured compressive sensing for NOMA[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(7):1473-1476.
- [107] Chen Z, Sohrabi F, Yu W. Sparse activity detection for massive connectivity[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(7):1890-1904.
- [108] Ke M, Gao Z, Wu Y, Meng X. Compressive massive random access for massive machine-type communications (mMTC)[C]//2018 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing(GlobalSIP). IEEE, 2018:156-160.
- [109] Golbabaee M, Vandergheynst P. Compressed sensing of simultaneous low-rank and joint-sparse matrices[J]. 2012, arXiv preprint arXiv:1211.5058.
- [110] Candes E J, Plan Y. Tight oracle inequalities for low-rank matrix recovery from a minimal number of noisy random measurements[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(4):2342-2359.
- [111] Lee K, Bresler Y, Junge M. Subspace methods for joint sparse recovery[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(6): 3613-3641.
- [112] Eldar Y C, Mishali M. Robust recovery of signals from a structured union of subspaces[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(11):5302-5316.
- [113] Candes E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. *Pure And Applied Mathematics Quarterly*, 2005, 59:1207-1223.
- [114] Lippi M, Issues concerning the approximation underlying the spectral representation theorem[J]. *Econometric Theory*, 2004, 20(2):417-426.
- [115] Ollila E, Tyler D E, Koivunen V, Poor H V. Complex elliptically symmetric distributions: Survey, new Results and applications[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(11):5597-5625.
- [116] Han F, Liu H. Eca: High-dimensional elliptical component analysis in non-gaussian distributions[J]. *Journal Of The American Statistical Association*, 2018, 113(521):252-268.
- [117] Du L, Li J, Stoica P. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1):449-458.
- [118] Nadler B. Nonparametric detection of signals by information theoretic criteria: Performance analysis and an improved estimator[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(5): 2746-2756.
- [119] Kaveh M, Barabell A J. The statistical performance of the MUSIC and the minimum-norm algorithms in resolving plane waves in noise[J]. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1986, 34(2):331-341.

- [120] Dal Maso G. An introduction to  $\Gamma$ -convergence[M]. Springer Science and Business Media, 2012.
- [121] Esser E, Lou Y, Xin J. A method for finding structured sparse solutions to nonnegative least squares problems with applications[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(4): 2010-2046.
- [122] Absil P A, Mahony R, Sepulchre R. Optimization algorithms on matrix manifolds[M]. Princeton Univ. Press, 2009.
- [123] Boumal N, Absil P A, Cartis C. Global rates of convergence for nonconvex optimization on manifolds[J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2018, 39(1):1-33.
- [124] Haghghatshoar S, Jung P, Caire G. A new scaling law for activity detection in massive MIMO systems[J]. 2018, <https://arxiv.org/abs/1803.02288>.
- [125] Schepker H F, Bockelmann C, Dekorsy A. Dekorsy. Exploiting sparsity in channel and data estimation for sporadic multi-user communication[C]//2013 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS). IEEE, 2013:1-5.
- [126] Gao Z, Chen X, Shao X. Robust federated learning for large-scale edge-intelligent network[J]. *SCIENCE CHINA Information Sciences*, 2021, PP(99):1-1.
- [127] He H, Wen C, Jin S, Li G Y. A model-driven deep learning network for MIMO detection[C]//2018 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing(GlobalSIP). IEEE, 2018:584-588.
- [128] Wang Y, Narasimha M, Heath R W. MmWave beam prediction with situational awareness: A machine learning approach[C]//IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. IEEE, 2018:1-5.
- [129] Ma W, Qi C, Zhang Z, Cheng J. Sparse channel estimation and hybrid precoding using deep learning for millimeter wave massive MIMO[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(5): 2838-2849.
- [130] Li S, Zhang W, Cui Y, Cheng H V, Yu W. Joint design of measurement matrix and sparse support recovery method via deep auto-encoder[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(12): 1778-1782.
- [131] Liu B, Wei Z, Yuan J, Pajovic M. Deep learning assisted user identification in massive machine-type communications access[C]//2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE, 2019:1-6.
- [132] Durango-Cohen P L, Durango-Cohen E J, Torres R L. A Bernoulli-Gaussian mixture model of donation likelihood and monetary value: An application to alumni segmentation in a university setting[J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2013, 66(4):1085-1095.
- [133] Ke M, Gao Z, Wu Y, Gao X, Schober R. Compressive sensing-based adaptive active user detection and channel estimation: Massive access meets massive MIMO[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68:764-779.
- [134] Fletcher A K, Sahraee-Ardakan M, Rangan S, Schniter P. Rigorous dynamics and consistent estimation in arbitrarily conditioned linear systems[C]//2017 Neural Information Processing Systems (NIPS). IEEE,

2017:2542-2551.

- [135] Ozdogan O, Björnson E, Larsson E G. Massive MIMO with spatially correlated Rician fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, 67(5):3234-3250.
- [136] Simmons N, da Silva C R N, Cotton S L, Sofotasios P C, Yacoub M D. Double shadowing the Rician fading model[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2019, 8(2):344-347.
- [137] Wen C, Jin S, Wong K, Chen J, Ting P. Channel estimation for massive MIMO using Gaussian-mixture Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communication*, 2015, 14(3):1356-1368.
- [138] Mo J, Schniter P, Heath R W. Channel estimation in broadband millimeter wave MIMO systems with few-bit ADCs[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5):1141-1154.
- [139] Borgerding M, Schniter P, Rangan S. AMP-inspired deep networks for sparse linear inverse problems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(16):4293-4308.
- [140] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(1):183-202.
- [141] Abadi M, Agarwal A, Barham P, et al. TensorFlow: Large-scale machine learning on heterogeneous systems[J]. 2015. Software available from tensorflow.org.
- [142] Kingma D P, Ba J. Adam: A method for stochastic optimization[C]//2014 International Conference on Learning Representations (ICLR). IEEE, 2014:1-6.
- [143] Han C, Wu Y, Chen Z, Wang X. Terahertz communications (TeraCom): Challenges and impact on 6G wireless systems[J]. 2019, <https://arxiv.org/pdf/1912.06040.pdf>.
- [144] Li Y, Jing L, Li Z, Murch R D. Subcarrier delay spread based adaptive OFDM for mobile wideband waveguide channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(5):2206-2218.
- [145] Akdeniz M R, Liu Y, Samimi M K, Sun S, Rangan S, Rappaport T S, Erkip E. Millimeter wave channel modeling and cellular capacity evaluation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2014, 32(6):1164-1179.
- [146] Sheikh F, Zarifeh N, Kaiser T. Terahertz band: Channel modelling for short-range wireless communications in the spectral windows[J]. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, 2016, 10(13):1435-1444.
- [147] Liang L, Xu W, Dong X. Low-complexity hybrid precoding in massive multiuser MIMO systems[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2014, 3(6):653-656.
- [148] Li X, Fang J, Li H, Wang P. Millimeter wave channel estimation via exploiting joint sparse and low-rank structures[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(2):1123-1133.
- [149] Alkhateeb A, Heath R W. Frequency selective hybrid precoding for limited feedback millimeter wave systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2016, 64(5):1801-1818.
- [150] Vlachos E, Alexandropoulos G C, Thompson J. Thompson. Wideband MIMO channel estimation for hybrid beamforming millimeter wave systems via random spatial sampling[J]. *IEEE Journal on Selected*

- Topics in Signal Processing, 2019, 13(5):1136-1150.
- [151] Haghghatshoar S, Caire G. Massive MIMO pilot decontamination and channel interpolation via wideband sparse channel estimation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(12):8316-8332.
- [152] Simon N, Friedman J, Hastie T, Tibshirani R. A sparse-group lasso[J]. Journal of Computational and Graphical Statistics, 2013, 22(2):231-245.
- [153] Candes E J, Plan Y. Tight oracle inequalities for low-rank matrix recovery from a minimal number of noisy random measurements[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(4):2342-2359.
- [154] Eldar Y, Mishali M. Robust recovery of signals from a structured union of subspaces[J]. Transactions on Information Theory, 2009, 55(11): 5302-5316.
- [155] Oymak S, Jalali A, Fazel M, Eldar Y C, Hassibi B. Simultaneously structured models with application to sparse and low-rank matrices[J]. Transactions on Information Theory, 2015, 61(5): 2886-2908.
- [156] Burer S, Monteiro R D. A nonlinear programming algorithm for solving semidefinite programs via low-rank factorization[J]. Mathematical Programming, 2003, 95(2):329-357.
- [157] Yang K, Shi Y, Ding Z. Generalized low-rank optimization for topological cooperation in ultra-dense networks[J]. Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(5):2539-2552.
- [158] Shi Y, Mishra B, Chen W. Topological interference management with user admission control via riemannian optimization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(11):7362-7375.
- [159] Kim T, Love D J. Virtual AoA and AoD estimation for sparse millimeter wave MIMO channels[C]//2015 IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). IEEE, 2015:146-150.
- [160] Ring W, Wirth B. Optimization methods on Riemannian manifolds and their application to shape space[J]. SIAM Journal on Optimization, 2012, 22(2):596-627.
- [161] Ma C, Wang K, Chi Y, Chen Y. Implicit regularization in nonconvex statistical estimation: Gradient descent converges linearly for phase retrieval, matrix completion, and blind deconvolution[J]. 2017, Available: arXiv preprint arXiv:1711.10467.
- [162] Chen Z, Sohrabi F, Yu W. Multi-cell sparse activity detection for massive random access: Massive MIMO versus cooperative MIMO[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(8):1558-2248.
- [163] Yang P, Guo D, Yang H. Massive access in multi-cell wireless networks using Reed-Muller codes[J]. 2020, arXiv preprint arXiv:2003.11568.
- [164] Ozdogan O, Björnson E, Zhang J. Performance of cell-free massive MIMO with Rician fading and phase shifts[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications. 2019, 18(11):5299-5315.
- [165] Ke M, Gao Z, Wu Y, Gao X, Wong K. Massive access in cell-free massive MIMO-based Internet of Things: cloud computing and edge computing paradigms[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, PP(99):1-1.

- [166] Chen J, Richard C, Sayed A H. Diffusion LMS for clustered multitask networks[C]//2014 IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processes (ICASSP). IEEE, 2014:5487-5491.
- [167] Boyd S, Vandenberghe L. Convex Optimization[M]. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2004.
- [168] Li C, Huang S, Liu Y, Zhang Z. Distributed jointly sparse multitask learning over networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(1):151-164.
- [169] Jalali A, Ravikumar P, Sanghavi S. A dirty model for multiple sparse regression[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(12):7947-7968.
- [170] Wiesel A. Geodesic convexity and covariance estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12):6182.
- [171] Parikh N, Boyd S. Proximal algorithms[J]. Foundations and Trends in Optimization, 2013, 1(3):123-231.
- [172] Defazio A. A simple practical accelerated method for finite sums[C]//2016 Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). IEEE, 2016:676-684.
- [173] Sherman J, Morrison W J. Adjustment of an inverse matrix corresponding to a change in one element of a given matrix[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1950, 21(1):124-127.
- [174] GAKritas A G, Akritas E K, Malaschonok G I. Various proofs of Sylvester's (determinant) identity[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 1996, 42(6):585-593.
- [175] Barzilai J, Borwein J M. Two-point step size gradient methods[J]. IMA Journal of Numerical Analysis, 1988, 8:141-148.
- [176] Shao X, Chen F. Complementary performance analysis of general complex-valued diffusion LMS for noncircular signals[J]. Signal Processing, 2019, 160:237-246.
- [177] Chen F, Shao X. Broken-motifs diffusion LMS algorithm for reducing communication load[J]. Signal Processing, 2017, 133:213-218.
- [178] Cheng Y, Liu L, Ping L. Orthogonal AMP for massive access in channels with spatial and temporal correlations[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, PP(99):1-1.
- [179] Shao X, Chen F, Ye Q, et al. A robust diffusion estimation algorithm with self-adjusting step-size in WSNs[J]. Sensors, 2017, 17(4): 824.
- [180] Hofmann T, Lucchi A, Lacoste-Julien S, et al. Variance reduced stochastic gradient descent with neighbors[C]//2015 Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). IEEE, 2015:2296-2304.
- [181] Avigad J, Dean E T, Rute J. Algorithmic randomness, reverse mathematics, and the dominated convergence theorem[J]. Annals of Pure and Applied Logic, 2012, 163(12):1854-1864.
- [182] Davies M E, Eldar Y C. Rank awareness in joint sparse recovery[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2):1135-1146.
- [183] Bai Z D, Yao J F. Central limit theorems for eigenvalues in a spiked population model[J]. Journal Of Multivariate Analysis, 2008, 44(3):447-474.

## 附录 A 第二章相关证明

### A.1 定理2.1的证明

估计出的CSI信息 $\hat{\mathbf{h}}_{t,k}$ 和信道估计误差 $\Delta\mathbf{h}_k = \mathbf{h}_k - \hat{\mathbf{h}}_k$ 的协方差矩阵是对角矩阵。利用 $t$ 时刻恢复出的向量 $\mathbf{x}_k^t$ ，可以将两个协方差矩阵表示为 $v_{t,k}(M)\mathbf{I}$ 和 $\Delta v_{t,k}(M)\mathbf{I}$ ，其中

$$v_{t,k}(M) = \frac{1}{M} \mathbb{E} \left[ \frac{1}{\xi_k} \phi_{t,k}^2 \left( \frac{\beta_k \xi_k}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right)^2 (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k)^H (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k) \right], \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{t,k}(M) &= \frac{1}{M} \mathbb{E} \left[ \left( \phi_{t,k} \left( \frac{\beta_k \xi_k^{1/2}}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right) (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k) - \mathbf{h}_k \right)^H \right. \\ &\quad \left. \times \left( \phi_{t,k} \left( \frac{\beta_k \xi_k^{1/2}}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right) (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k) - \mathbf{h}_k \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

根据等式(2.11)，当 $M$ 趋于无穷大时，有 $0 \leq \phi_{t,k}^2 \leq 1$ 。那么(A.1)中的 $v_{t,k}(M)$ 和(A.2)中的 $\Delta v_{t,k}(M)$ 满足以下不等式

$$v_{t,k}(M) \leq \frac{1}{M} \mathbb{E} \left[ \frac{1}{\xi_k} \left( \frac{\beta_k \xi_k}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right)^2 (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k)^H (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k) \right] = \frac{\beta_k^2 \xi_k}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2}, \quad (\text{A.3})$$

和

$$\begin{aligned} \Delta v_{t,k}(M) &\leq \frac{1}{M} \mathbb{E} \left[ \left( \left( \frac{\beta_k \xi_k^{1/2}}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right) (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k) - \mathbf{h}_k \right)^H \left( \left( \frac{\beta_k \xi_k^{1/2}}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right) (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}_k) - \mathbf{h}_k \right) \right] \\ &= \frac{\beta_k \tau_t^2}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

通过使用文献[181]中提出的主导收敛定理，可以将(A.3)和(A.4)重新表述为

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow t} v_{t,k}(M) &= \mathbb{E} \left[ \lim_{M \rightarrow t} \frac{1}{\xi_k} \left( \frac{\beta_k \xi_k}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right)^2 \frac{(\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v})^H (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v})}{M} \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ \frac{1}{\xi_k} \left( \frac{\beta_k \xi_k}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right)^2 \lim_{M \rightarrow t} \frac{(\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v})^H (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v})}{M} \right] = \frac{\beta_k^2 \xi_k}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

和

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow t} \Delta v_{t,k}(M) &= \mathbb{E} \left[ \lim_{M \rightarrow t} \frac{1}{M} \left( \left( \frac{\beta_k \xi_k^{1/2}}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right) (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}) - \mathbf{h}_k \right)^H \right. \\ &\quad \left. \times \left( \left( \frac{\beta_k \xi_k^{1/2}}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2} \right) (\sqrt{\xi_k} \mathbf{h}_k + \tau_t \mathbf{v}) - \mathbf{h}_k \right) \right] = \frac{\beta_k \tau_t^2}{\beta_k \xi_k + \tau_t^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

当AMP算法收敛时,  $\tau_t^2$ 会逼近 $\tau_\infty^2$ , 因此(A.5)和(A.6)中的 $\tau_t^2$ 可以用 $\tau_\infty^2$ 代替。证明完毕。

## A.2 定理2.2的证明

基于(2.9)中的状态演化, 可以定义

$$f(x) = x - \sigma^2 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] \mathbb{E} \left[ \frac{\beta_n \xi_n x}{\beta_n \xi_n + x} \right]. \quad (\text{A.7})$$

$f(x)$ 的导数是

$$f'(x) = 1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] \mathbb{E} \left[ \frac{\beta_n^2 \xi_n^2}{(\beta_n \xi_n + x)^2} \right]. \quad (\text{A.8})$$

如果 $N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] < 1$ , 即 $K < L^p$ , 那么 $f'(x) > 0$ 。因此, (2.9)的稳定点是唯一的。然后观察(2.9), 可以发现

$$\sigma^2 \leq \tau_t^2 \leq \sigma^2 + N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] \tau_t^2, \quad (\text{A.9})$$

经过一些数学变换, 不等式(A.9)可以转化成以下形式

$$\tau_t^2 \leq \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]}. \quad (\text{A.10})$$

接下来, 将(A.10)中的 $\tau_t^2$ 的上界代入(A.7)中, 并令等式最终结果等于零, 可以得到

$$\begin{aligned} f \left( \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]} \right) &= \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]} - \sigma^2 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]} \mathbb{E} \left[ \frac{1}{1 + \frac{\sigma^2}{(1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]) \beta_n \xi_n}} \right] \\ &\approx \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]} - \sigma^2 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n] \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]} = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

从表达式(A.11)可以计算出(2.9)的稳定点是 $\tau_\infty^2 = \frac{\sigma^2}{1 - N/L^p \mathbb{E}[\varepsilon_n]}$ 。证明完毕。

## A.3 定理2.3的证明

首先, 为了简化符号表示, 定义

$$h_k(L^p) = \log_2 \left( 1 + \frac{a_k}{b_k + \frac{c_k}{L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n}} \right), \quad (\text{A.12})$$



$$h(L^p) = \sum_{k \in \mathcal{K}} h_k(L^p), \quad (\text{A.13})$$

和

$$H(L^p) = \frac{T - L^p}{T} h(L^p). \quad (\text{A.14})$$

对  $h_k(L^p)$  求一阶导数，可以得到如下公式

$$h'_k(L^p) = \frac{a_k c_k}{\ln 2 \left( \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) (a_k + b_k) + c_k \right) \left( b_k \left( L^p - \frac{N}{K} \sum_{n \in \mathcal{K}} \varepsilon_n \right) + c_k \right)}. \quad (\text{A.15})$$

经过计算可知  $h'_k(L^p) > 0$ 。因此如果  $\frac{N}{K} \sum_{n \in \text{mathcal{K}}} \varepsilon_n < L^p$ ，则  $h_k(L^p)$  为单调递减的函数。进而可以得到  $h''_k(L^p) < 0, \forall k$ 。因此问题OP2目标函数里的第三项是凹的。由于目标函数的第一项与第三项具有相同的形式，因此第一项也是凹的。接下来，本小节检查目标函数的第二项，即  $H(L^p)$  的凹凸性。 $H(L^p)$  的一阶和二阶导数可以分别计算为

$$H'(L^p) = \frac{-h(L^p) + (T - L^p)h'(L^p)}{T}, \quad (\text{A.16})$$

和

$$H''(L^p) = \frac{-2h'(L^p) + (T - L^p)h''(L^p)}{T} < 0. \quad (\text{A.17})$$

基于以上分析，可以发现OP2的目标函数的第二项也是凹的。证明完毕。



## 附录 B 第三章相关证明

### B.1 命题3.1的证明

根据文献[182]中的定理2可知，如果前导序列矩阵 $\mathbf{A}: \Sigma_K \rightarrow \mathbb{C}^{L \times M}$ 是单射的，则有 $K \leq \frac{\text{spark}(\mathbf{A}) - 1 + \text{rank}(\mathbf{X})}{2}$ ，其中 $\text{spark}(\mathbf{A})$ 表示 $\mathbf{A}$ 的最小线性相关的列数。然后可得

$$K \leq \text{spark}(\mathbf{A}) - 1, \quad (\text{B.1})$$

这个结论来自于观察结果 $\text{rank}(\mathbf{X}) \leq K$ 。相应地，以下关系式成立

$$K < \text{spark}(\mathbf{A}). \quad (\text{B.2})$$

根据上面的分析，可以得到关系式 $\text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{X}) \leq \text{rank}(\mathbf{X})$ 成立。如果假设 $\text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{X}) < \text{rank}(\mathbf{X})$ ，那么可以在 $\mathbf{X}$ 的列跨度中得到一个 $K$ -行稀疏向量，即 $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ ，它能够使得 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 成立。这意味着存在一个非平凡的 $\mathbf{A}$ 的列组合，这个组合值等于 $\mathbf{0}$ 。这个结论与(B.2)中的不等式 $K < \text{spark}(\mathbf{A})$ 相矛盾。因此， $\text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{X}) = \text{rank}(\mathbf{X})$ 。证明完毕。

### B.2 引理3.1的证明

首先，本小节重写等式(3.20)的第一项

$$\begin{aligned} & -(L-r) \ln \left( \frac{\sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i}{L-r} \right) = -(L-r) \ln \left( \left( \frac{\sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i}{L-r} - \sigma^2 \right) + \sigma^2 \right) \\ & = -(L-r) \left( \left( \frac{\sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i}{L-r} - \sigma^2 \right) - 0.5 \left( \frac{\sum_{i=r+1}^L \bar{\lambda}_i}{L-r} - \sigma^2 \right)^2 (\sigma^2 + \mathcal{O}(\sigma^2)) \right) \\ & = - \sum_{i=r+1}^L (\bar{\lambda}_i - \sigma^2) + \mathcal{O}(\sigma^2), \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

其中最后一个等式运用了关系式 $(L-r)(\sigma^2 - \hat{\sigma}^2)^2 = \mathcal{O}(1/M)$ 。然后，定义

$$\bar{\mathcal{L}}_r = - \sum_{i=r+1}^L (\bar{\lambda}_i - \sigma^2) - \sum_{i=1}^r \ln \bar{\lambda}_i, \quad (\text{B.4})$$

那么当  $r < r^e$  时, 可以得到

$$\text{CM}(r^e) - \text{CM}(r) = \bar{\mathcal{L}}_{r^e} - \bar{\mathcal{L}}_r - \frac{u}{M}(r^e - r)(L - (r^e + r)/2 + 0.5). \quad (\text{B.5})$$

根据文献[183]的结果可知, 对于  $r < i < r^e$ , 可以得到  $\bar{\lambda}_i \rightarrow \lambda_i + \frac{\varrho\lambda_i}{\lambda_i - 1}$ . 如果  $\lambda_{r^e} + \frac{\varrho\lambda_{r^e}}{\lambda_{r^e} - 1} - \sigma^2 - \ln(\lambda_{r^e} + \frac{\varrho\lambda_{r^e}}{\lambda_{r^e} - 1}) > u\varrho$ , 那么

$$\begin{aligned} P_r \{ \text{CM}(r^e) > \text{CM}(r) \} &= P_r \left\{ \bar{\mathcal{L}}_{r^e} - \bar{\mathcal{L}}_r > \frac{u}{M}(r^e - r)(L - (r^e + r)/2 + 0.5) \right\} \\ &= P_r \left\{ \sum_{i=r+1}^{r^e} (\bar{\lambda}_i - \sigma^2 - \ln \bar{\lambda}_i) > \frac{u}{M}(r^e - r)(L - (r^e + r)/2 + 0.5) \right\} \\ &= P_r \left\{ \sum_{i=r+1}^{r^e} \left( \lambda_i + \frac{\varrho\lambda_i}{\lambda_i - 1} - \sigma^2 - \ln \left( \lambda_i + \frac{\varrho\lambda_i}{\lambda_i - 1} \right) \right) > \frac{u}{M}(r^e - r)(L - (r^e + r)/2 + 0.5) \right\} \\ &\geq P_r \left\{ \lambda_{r^e} + \frac{\varrho\lambda_{r^e}}{\lambda_{r^e} - 1} - \sigma^2 - \ln \left( \lambda_{r^e} + \frac{\varrho\lambda_{r^e}}{\lambda_{r^e} - 1} \right) > \frac{u}{M}(L - \frac{r^e - 1}{2}) \right\} \rightarrow 1. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

当  $r > r^e$  时, 结合文献[183]中的结论可知, 对于  $r^e < i < r$  和  $\bar{\lambda}_i \rightarrow (1 + \sqrt{\varrho})^2$ , 如果  $u > \frac{1 - \sigma^2}{\varrho} + 1 + 2\sqrt{1/\varrho} - 2\ln(1 + \sqrt{\varrho})/\varrho$  成立, 那么以下关系成立

$$\begin{aligned} P_r(\text{CM}(r^e) > \text{CM}(r)) &= P_r \left\{ \sum_{i=r+1}^{r^e} (\bar{\lambda}_i - \sigma^2 - \ln \bar{\lambda}_i) \right. \\ &> \left. \frac{u}{M}(r^e - r)(L - (r^e + r)/2 + 0.5) \right\} = P_r \left\{ (1 + \sqrt{\varrho})^2 - \sigma^2 - 2\ln(1 + \sqrt{\varrho}) \right. \\ &> \left. \frac{u}{M}(r^e - r)(L - (r^e + r)/2 + 0.5) \right\} = P_r \left\{ u > \frac{L}{L - (r^e + r)/2 + 0.5} \frac{M}{L} \right. \\ &\times \left. (1 - \sigma^2 + \varrho + 2\sqrt{\varrho} - 2\ln(1 + \sqrt{\varrho})) \right\} \rightarrow 1, \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

证明完毕。

### B.3 式(3.36)、(3.40)和(3.41)的证明

$\mathbf{Z}$  处的垂直空间定义为等价类  $[\mathbf{Z}]$  的切线空间。将  $\mathbf{Z}(t) = \mathbf{Z}_0\mathbf{Q}(t)$  定义为  $[\mathbf{Z}_0]$  通过  $\mathbf{Z}_0$  在  $t = 0$  处的曲线, 即  $\mathbf{Q}(0) = \mathbf{I}$ , 那么对于任意的迭代次数  $t$ , 以下关系式成立

$$\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}(t)^H = \mathbf{Z}_0\mathbf{Q}(t)\mathbf{Q}(t)^H\mathbf{Z}_0^H = \mathbf{Z}_0\mathbf{Z}_0^H, \quad (\text{B.8})$$

对等式(B.8)求关于  $t$  的微分可得

$$\dot{\mathbf{Z}}(t)\mathbf{Z}(t)^H + \mathbf{Z}(t)\dot{\mathbf{Z}}(t)^H = 0, \quad (\text{B.9})$$

其中  $\dot{\mathbf{Z}}(t)$  表示函数  $\mathbf{Z}(t)$  关于  $t$  的微分。根据 (B.9) 可知,  $\mathbf{Z}(0)$  是以下集合的元素

$$\{\hat{\mathbf{Z}} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e} : \hat{\mathbf{Z}}\mathbf{Z}_0^H + \mathbf{Z}_0\hat{\mathbf{Z}}^H = 0\}. \quad (\text{B.10})$$

根据文献 [122] 的第 3.5.7 小节可得

$$\mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\mathcal{M} = \ker(Df_1(\mathbf{Z}_0)) = \{\hat{\mathbf{Z}} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e} : \hat{\mathbf{Z}}\mathbf{Z}_0^H + \mathbf{Z}_0\hat{\mathbf{Z}}^H = 0\}, \quad (\text{B.11})$$

接下来, 定义  $\mathcal{M}$  的商空间为  $f_1 : \mathbf{Z} \mapsto \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H$ , 其中矩阵  $\mathbf{Z}$  的核矩阵, 即  $\ker(\mathbf{Z})$  是由向量  $\mathbf{x}$  形成的子空间, 且满足  $\mathbf{Z}\mathbf{x} = 0$ 。由于  $\mathbf{Z}(t) \in \mathcal{M}$  是列满秩的, 所以  $\dot{\mathbf{Z}}(t)$  可以设置为

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{Z}(t)\mathbf{B}(t) : \mathbf{B}(t) \in \mathbb{C}^{r^e \times r^e}. \quad (\text{B.12})$$

将等式 (B.12) 代入 (B.9), 可以得到 (3.36).

根据 (3.38) 可知, 以下等式成立

$$g_{\mathbf{Z}}(\xi_{\mathbf{Z}}, \mathbf{Z}\mathbf{B}) = \frac{1}{2}\text{Tr}(\xi_{\mathbf{Z}}^H \mathbf{Z}\mathbf{B} + \mathbf{B}^H \mathbf{Z}^H \xi_{\mathbf{Z}}) = \frac{1}{2}\text{Tr}((\xi_{\mathbf{Z}}^H \mathbf{Z} - \mathbf{Z}^H \xi_{\mathbf{Z}}) \mathbf{B}). \quad (\text{B.13})$$

进而根据等式 (3.37), 可以得到以下水平空间表达式

$$\mathcal{H}_{\mathbf{Z}} = \{\xi_{\mathbf{Z}} \in \mathbb{C}^{(N+r^e) \times r^e} : \xi_{\mathbf{Z}}^H \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^H \xi_{\mathbf{Z}}\}. \quad (\text{B.14})$$

假设向量  $\bar{\xi}_{\mathbf{Z}} \in \mathcal{T}_{\mathbf{Z}}\mathcal{M}$  的垂直投影由  $\mathbf{Z}\mathbf{B}$  给出。那么, 水平投影满足以下等式

$$\xi_{\mathbf{Z}} = \bar{\xi}_{\mathbf{Z}} - \mathbf{Z}\mathbf{B}. \quad (\text{B.15})$$

将 (B.15) 代入 (B.14), 可以得到 Lyapunov 等式的耦合系统的表达式为

$$(\bar{\xi}_{\mathbf{Z}} - \mathbf{Z}\mathbf{B})^H \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^H (\bar{\xi}_{\mathbf{Z}} - \mathbf{Z}\mathbf{B}). \quad (\text{B.16})$$

然后通过分解等式 (B.16), 可以得到等式 (3.41) 中的结果。证明完毕。



## 附录 C 第五章相关证明

### C.1 定理5.1的证明

如果  $\|\mathbf{X}\|_{\text{sg}} \leq \bar{u}$  和  $\text{rank}(\mathbf{X}) = r$ , 其中  $r \ll \min(M_1, DN)$  成立, 则矩阵  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M_1 \times DN}$  是联合  $\bar{u}$ -稀疏块和低秩的。本节首先确定  $\bar{u}$  的表达式, 它能够保证  $\mathbf{X}$  满足  $\bar{u}$ -稀疏块。为了实现这个目标, 本节需要给出列索引集  $\{1, 2, \dots, DN\}$  的  $u$ -稀疏块子集的概念。回想到  $\{\Upsilon_1, \dots, \Upsilon_N\}$  是  $\mathbf{X}$  的列索引集  $\{1, 2, \dots, DN\}$  的不相交子集, 所以本节设子集  $\bar{N} \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$  和  $\Psi_{\bar{N}} = \cup_{i \in \bar{N}} \Upsilon_i$ , 其中  $|\Psi_{\bar{N}}|_c \leq u$ 。然后,  $\Psi_{\bar{N}}$  被称为列索引集  $\{1, 2, \dots, DN\}$  的  $u$ -稀疏块子集。此外, 本节将 SG 定义为所有可能的  $u$ -系数块子集的集合, 即  $\Psi_{\bar{N}}$ 。接下来, 令  $\mathbf{X}_{\Omega_0}, \mathbf{X}_{\Omega_1}, \dots, \mathbf{X}_{\Omega_z}$  表示  $\mathbf{X}$  的一个最优的  $u$ -稀疏块分解, 这意味着以下关系式成立

$$\mathbf{X}_{\Omega_0} = \arg \min_{\text{supp}(\mathbf{W}) \in \text{SG}} \|\mathbf{X} - \mathbf{W}\|_2 \quad (\text{C.1})$$

和

$$\mathbf{X}_{\Omega_i} = \arg \min_{\text{supp}(\mathbf{W}) \in \text{SG}} \left\| \mathbf{X} - \sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{X}_{\Omega_j} - \mathbf{W} \right\|_2, \forall i \geq 1, \quad (\text{C.2})$$

其中  $\text{supp}(\mathbf{W})$  表示包含矩阵  $\mathbf{W}$  的非零元素索引的集合。

接下来, 通过将矩阵  $\mathbf{X}$  投影到集合  $\Omega_0^c$  上来可以得到  $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_{\Omega_0^c}$ , 其中  $\Omega_0^c$  是  $\Omega_0$  的补集。然后, 将集合  $\bar{S}$  和  $\hat{S}$  分别定义为

$$\bar{S} = \left\{ n : \|\check{\mathbf{X}}_{\Upsilon_n}\|_{l_1} > \|\mathbf{X}_{\Omega_0^c}\|_{l_1} / u(t-1) \right\}, \quad (\text{C.3})$$

和

$$\hat{S} = \left\{ n : \|\check{\mathbf{X}}_{\Upsilon_n}\|_{l_1} \leq \|\mathbf{X}_{\Omega_0^c}\|_{l_1} / u(t-1) \right\}, \quad (\text{C.4})$$

其中  $t > 0$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。这里,  $\check{\mathbf{X}}_{\Upsilon_n}$  是通过将矩阵  $\check{\mathbf{X}}$  投影到集合  $\Upsilon_n$  上获得的。因为

$$\|\mathbf{X}_{\Omega_0^c}\|_{l_1} \geq \|\mathbf{X}_{\cup_{n \in \bar{S}} \Upsilon_n}\|_{l_1} \geq |\bar{S}|_c \frac{\|\mathbf{X}_{\Omega_0^c}\|_{l_1}}{u(t-1)}, \quad (\text{C.5})$$

$\bar{S}$  的基数遵循  $|\bar{S}|_c \leq u(t-1)$ 。基于以上分析，可以观察到  $\mathbf{X} = \mathbf{X}_{\Omega_0} + \mathbf{X}_{\bar{S}} + \mathbf{X}_{\hat{S}}$ ，其中  $\mathbf{X}_{\Omega_0}$  是  $u$ -稀疏块， $\mathbf{X}_{\bar{S}} + \mathbf{X}_{\hat{S}}$  是  $|\bar{S}|_c p_{\max}^2 L_{\max}$ -稀疏块。因此，本节可以归纳出  $\mathbf{X}$  的块稀疏度不大于

$$\bar{u} = u(t-1)p_{\max}^2 L_{\max} + u = u(1 + (t-1)p_{\max}^2 L_{\max}). \quad (\text{C.6})$$

换句话说，给定整数  $\mu$ ， $\mathbf{X}$  满足  $\bar{u}$ -稀疏块。

接下来的推导主要利用文献[153]中引入的覆盖数参数。为了保持证明的独立性和完整性，本节在这里重复有关低秩矩阵覆盖数的相应引理。

**引理C.1.** (低秩矩阵的覆盖数): 令  $\mathbf{S}_r = \{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{n_1 \times n_2} : \text{rank}(\mathbf{X}) \leq r, \|\mathbf{X}\|_F = 1\}$ 。然后存在一个  $\bar{\epsilon}$ -网络的  $\tilde{\mathbf{S}}_r \subset \mathbf{S}_r$ ，它满足  $|\tilde{\mathbf{S}}_r|_c \leq (9/\bar{\epsilon})^{(n_1+n_2+1)r}$ 。

换句话说，引理C.1说明  $\tilde{\mathbf{S}}_r$  在距离  $\bar{\epsilon}$  内近似于  $\mathbf{S}_r$ 。当  $\bar{\epsilon} = \delta/4\sqrt{2}$  时，引理C.1给出了以下结果

$$|\tilde{\mathbf{S}}_r|_c \leq (36\sqrt{2}/\delta)^{(n_1+n_2+1)r}. \quad (\text{C.7})$$

接下来，可以观察到索引  $\{1, 2, \dots, DN\}$  的任何  $\bar{u}$ -稀疏块子集可以看作是不超过  $\Theta = \bar{u}/(p_{\min}^2 L_{\min})$  大小的  $\{\Upsilon_1, \dots, \Upsilon_N\}$  中元素的组合。将矩阵  $\mathbf{X}$  投影到集合  $\Upsilon_n$  上会得到子矩阵  $\mathbf{X}_{\Upsilon_n}$ ，而且此子矩阵包含不超过  $p_{\max} L_{\max}$  的非零列。因此，本节可以定义子矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}_r$ ，它包含  $\mathbf{X}$  的所有非零项，子矩阵的维度大小为  $M_1 \times \Theta p_{\max} L_{\max}$ 。现在，通过考虑矩阵  $\mathbf{X}$  的所有可能的不同子矩阵的数量，即  $\binom{N}{\Theta} \binom{D}{p_{\max} L_{\max}}^{\Theta}$ ，并结合公式(C.7)，本节有以下界限

$$\Pr \left( \max_{\bar{\mathbf{X}} \in \tilde{\mathbf{S}}_r} \left| \|\mathcal{A}(\bar{\mathbf{X}})\|_2^2 - \|\bar{\mathbf{X}}\|_F^2 \right| > \delta \|\mathbf{X}\|_F^2 \right) \leq \binom{N}{\Theta} \binom{D}{p_{\max} L_{\max}}^{\Theta} |\tilde{\mathbf{S}}_r|_c \bar{C} e^{-cB_p M_p} \quad (\text{C.8})$$

$$\leq \binom{N}{\Theta} \binom{D}{p_{\max} L_{\max}}^{\Theta} (36\sqrt{2}/\delta)^{\left(\frac{\bar{u}}{p_{\min}^2 L_{\min}} p_{\max} L_{\max} + M_1 + 1\right)r} \bar{C} e^{-cB_p M_p} \quad (\text{C.9})$$

$$= \bar{C} \exp \left( \Theta \log \frac{N}{\Theta} + \Theta + \Theta p_{\max} L_{\max} \log \frac{D}{p_{\max} L_{\max}} + \Theta p_{\max} L_{\max} + 36\sqrt{2} \left( \frac{\bar{u}}{p_{\min}^2 L_{\min}} p_{\max} L_{\max} + M_1 + 1 \right) r / \delta \right) - cB_p M_p \leq 2 \exp(-\kappa_0 B_p M_p), \quad (\text{C.10})$$

其中(C.10)是通过使用性质  $\log \binom{N}{\Theta} \approx \Theta \log \frac{N}{\Theta} + \Theta$  而得到的。由(C.9)和(C.10)可知，如果不等式(5.16)成立，且参数满足  $\kappa_0 = c - \log(36\sqrt{2}/\delta)/\kappa_1$  和  $\kappa_1 > \log(36\sqrt{2}/\delta)/c$ ，则映射  $\mathcal{A}(\cdot)$  以超过  $1 - \bar{C}e^{-\kappa_0}$  的概率满足SB&L-RIP，其中常数  $\delta_{\bar{u},r} < \delta$ 。此外，应用文献[155]中的引理14可知，只要不等式(5.16)成立，线性映射  $\mathcal{A}(\cdot) : \mathbb{C}^{M_1 \times DN} \rightarrow \mathbb{C}^{B_p M_p}$  以超过  $1 - \bar{C}e^{-\kappa_0}$  的概率满足  $\mathcal{A}(\mathbf{X}) \neq 0$ 。综合这些结果，可以得出定理5.1。



## C.2 注5.1的证明

为了验证注5.1, 本节首先将每个稀疏块中的最大列数设置为1。因此,  $p_{\max}L_{\max}$  变为1, 这使得在传统的联合稀疏和低秩分析中[155],  $\bar{u}$  减少到 $ut$ 。换句话说, 如果以下关系式成立

$$(B_p M_p)_{\text{tradi}} \geq \kappa_1 \left( ut \log \frac{ND}{ut} + ut + (ut + M_1 + 1)r \right), \quad (\text{C.11})$$

则(5.13) 可以以大于  $1 - \bar{C}e^{-\kappa_0}$  的概率恢复联合稀疏和低秩矩阵。为方便比较, 对于给定的 $K$ , 本节设置  $p_{\max} = p_{\min} = p$ ,  $L_{\max} = L_{\min} = L$  和  $u = Kp^2L$ , 这导致了  $\Theta = [1 + (t-1)p^2L]K$ 。那么,  $(B_p M_p)_{\text{tradi}}$  的下界可以等价地写为

$$(B_p M_p)_{\text{tradi}} \geq \kappa_1 \left( Kp^2Lt \log \frac{ND}{Kp^2Lt} + Kp^2Lt + (Kp^2Lt + M_1 + 1)r \right). \quad (\text{C.12})$$

由于

$$\Theta = (1 + (t-1)p^2L)K < (p^2L + (t-1)p^2L)K = tp^2LK, \quad (\text{C.13})$$

并且,  $x \log \frac{N}{x}$  在  $N > ex$  时, 表达式 $\Theta$ 是关于 $x$ 的递增函数, 可以推导出当  $ut = tp^2LK < N/e$  时, 以下关系式成立

$$\Theta \log \frac{N}{\Theta} \leq tp^2LK \log \frac{N}{tp^2LK} \leq tp^2LK \log \frac{ND}{tp^2LK}. \quad (\text{C.14})$$

这些性质表明, 表达式(5.16) 的右侧的前两项小于(C.12) 右侧的相应项。而且当以下关系成立时,

$$ut = tp^2LK < \frac{Kp^3L^2r - KpLr - \Theta(pL \log \frac{D}{pL} + pL)}{pLr - r}. \quad (\text{C.15})$$

表达式(5.16) 右侧的最后三项的和小于(C.12) 右侧的最后一项。因此, 在 $ut$  较小的情况下, (5.16) 中的界限低于(C.12) 中的界限。证明完毕

## C.3 引理5.1的证明

将真实的 $\mathbf{S}^*$ 值代入(5.35) 导致  $\text{Hess}F(\mathbf{S}^*) = \text{diag}(\{\text{Hess}_{\mathbf{S}_n}F\}_{n=1}^N)$ , 其中

$$\text{Hess}_{\mathbf{S}_n}F = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{D \times M_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}^* \mathbf{R}^{*T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{D \times M_1} & \mathbf{J}^* \mathbf{R}^{*T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{J}^* \mathbf{R}^{*T})^H & \mathbf{I}_{M_1 \times D} & \mathbf{0} \\ (\mathbf{J}^* \mathbf{R}^{*T})^H & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{M_1 \times D} \end{bmatrix},$$

注意这里忽略了噪声项。

类似于文献中[161]的C.1.1, 本研究点定义

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{u}}_{n1} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathbf{o}, \mathbf{J}^* \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{R}^*, \mathbf{o}_1]^T, \\ \bar{\mathbf{u}}_{n2} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathbf{o}, \mathbf{0} \mathbf{R}^* \mathbf{J}^*, \mathbf{0}, \mathbf{o}_1]^T, \\ \bar{\mathbf{u}}_{n3} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathbf{o}, \mathbf{J}^* \mathbf{0} \mathbf{0} - \mathbf{R}^*, \mathbf{o}_1]^T, \\ \bar{\mathbf{u}}_{n4} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathbf{o}, \mathbf{0} \mathbf{R}^* - \mathbf{J}^{*'} \mathbf{0}, \mathbf{o}_1]^T,\end{aligned}$$

其中  $\mathbf{o} \in \mathbb{C}^{2(D+M_1)(n-1) \times L_{\max}}$  并且  $\mathbf{o}_1 \in \mathbb{C}^{2(D+M_1)(N-n) \times L_{\max}}$ ,  $\forall n$ 。利用特性  $\|\mathbf{R}_n^*\|_F = \|\mathbf{J}_n^*\|_F$ , 可以得到

$$\|\text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\| = \|\mathbf{I}_{2N(D+M_1)} + \sum_{n=1}^N (\bar{\mathbf{u}}_{n1} \bar{\mathbf{u}}_{n1}^H + \bar{\mathbf{u}}_{n2} \bar{\mathbf{u}}_{n2}^H - \bar{\mathbf{u}}_{n3} \bar{\mathbf{u}}_{n3}^H - \bar{\mathbf{u}}_{n4} \bar{\mathbf{u}}_{n4}^H)\| \leq 1 + K, \quad (\text{C.16})$$

接下来, 结合引理5.1中  $\mathbf{u}_n$  的定义和[161]中的引理26, 有

$$\mathbf{u}^H (\text{DHess}f(\mathbf{S}) + \text{Hess}f(\mathbf{S})\mathbf{D}) \mathbf{u} \geq \frac{1}{\omega} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{u}_n\|_2^2 = \frac{1}{\omega} \|\mathbf{u}\|_2^2. \quad (\text{C.17})$$

将三角不等式应用于  $\text{Hess}f(\mathbf{S})$  和  $\text{Hess}F(\mathbf{S}^*)$  的差距的谱范数上, 可以得到

$$\|\text{Hess}f(\mathbf{S}) - \text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\| \leq \max_{1 \leq n \leq N} (\varepsilon_{n1} + 2\varepsilon_{n2} + 4\varepsilon_{n3} + 4\varepsilon_{n4}), \quad (\text{C.18})$$

其中表达式(C.18)右侧的四项分别定义为

$$\varepsilon_{n1} = \left\| \sum_{q=1}^{M_p B_p} \|\mathbf{a}_{nq}^H \mathbf{R}_n\|_2^2 \mathbf{b}_q \mathbf{b}_q^H - \mathbf{I}_{M_1} \right\|, \quad (\text{C.19})$$

$$\varepsilon_{n2} = \left\| \sum_{q=1}^{M_p B_p} \|\mathbf{b}_q^H \mathbf{J}_n\|_2^2 \mathbf{a}_{nq} \mathbf{a}_{nq}^H - \mathbf{I}_D \right\|, \quad (\text{C.20})$$

$$\varepsilon_{n3} = \left\| \sum_{q=1}^{M_p B_p} \left( \sum_{n=1}^N \mathbf{b}_q^H (\mathbf{J}_n \mathbf{R}_n^H - \mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*H}) \mathbf{a}_{nq} \right) \mathbf{b}_q \mathbf{a}_{nq}^H \right\|, \quad (\text{C.21})$$

$$\varepsilon_{n4} = \left\| \sum_{q=1}^{M_p B_p} \mathbf{b}_q \mathbf{b}_q^H \mathbf{J}_n (\mathbf{a}_{nq} \mathbf{a}_{nq}^H \mathbf{R}_n)^T - \mathbf{J}_n^* \mathbf{R}_n^{*T} \right\|. \quad (\text{C.22})$$

基于(5.47)-(5.49)中的给定条件和命题5.1中的边界(5.44), 本小节将文献[161]中的引理10应用到上述四项中。那么如果测量量满足  $M_p B_p \gg K\omega^2 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^5(M_p B_p)$ , 则可以

以大于  $1 - \mathcal{O}((M_p B_p)^{-10})$  的概率获得以下界限：

$$\begin{aligned} \max_{1 \leq n \leq N} \sup_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} \varepsilon_{n1} &\leq \sqrt{\frac{pL_{\max}^2 \log(M_p B_p)}{M_p B_p}} + \frac{C_2}{\log(M_p B_p)}, \\ \max_{1 \leq n \leq N} \sup_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} \varepsilon_{n2} &\leq \frac{7\kappa}{\omega\sqrt{K}}, \quad \max_{1 \leq n \leq N} \sup_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} \varepsilon_{n3} \leq \frac{7\kappa}{\omega\sqrt{K}} + 4\kappa, \quad \text{和} \quad \max_{1 \leq n \leq N} \sup_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} \varepsilon_{n4} \leq \frac{11\kappa}{\omega\sqrt{K}}, \end{aligned}$$

这里，集合  $\mathcal{S}$  由位于 RIC 中的  $\mathbf{S}$  组成。最后，将这些边界代入 (C.18)，可以推导出

$$\|\text{Hess}f(\mathbf{S}) - \text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\| \leq \sqrt{\frac{pL_{\max}^2 \log(M_p B_p)}{M_p B_p}} + C_2 \frac{1}{\log(M_p B_p)} + \kappa \leq 0.25. \quad (\text{C.23})$$

将 (C.16) 和 (C.23) 加起来可以得到

$$\|\text{Hess}f(\mathbf{S})\| \leq \|\text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\| + \|\text{Hess}f(\mathbf{S}) - \text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\| \leq 1 + K + 0.25 \leq 2 + K. \quad (\text{C.24})$$

然后，应用不等式  $\|\mathbf{D}\| \leq 1/\omega + \kappa/(\omega\sqrt{K})$ ，可以得到以下关系式：

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^H (\mathbf{D}\text{Hess}f(\mathbf{S}) + \text{Hess}f(\mathbf{S})\mathbf{D}) \mathbf{u} &\geq \mathbf{u}^H (\mathbf{D}\text{Hess}F(\mathbf{S}^*) \\ &+ \text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\mathbf{D}) \mathbf{u} - 2 \|\text{Hess}f(\mathbf{S}) - \text{Hess}F(\mathbf{S}^*)\| \|\mathbf{D}\| \|\mathbf{u}\|_2^2 \geq \frac{1}{4\omega} \|\mathbf{u}\|_2^2, \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

其中第一个不等式源于三角不等式。而且，如果  $\kappa \leq \sqrt{K}/2$ ，则上述公式中的最后一个不等式成立。至此，证明完毕。

## C.4 引理 5.3 的证明

定义 (5.38) 中的对齐参数  $\vartheta_n^{t+1}$  为  $\vartheta_n^{t+1} = \arg \min_{\vartheta} \left\| \frac{1}{\vartheta} \mathbf{J}_n^t - \mathbf{J}_n^* \right\|_F^2 + \|\vartheta_n \mathbf{R}_n^t - \mathbf{R}_n^*\|_F^2$ ，然后，可以得到

$$\begin{aligned} \text{dist}(\mathbf{S}^{t+1}, \mathbf{S}^*) &\leq \sum_{n=1}^N \left\| \frac{1}{\vartheta_n^{t+1}} \mathbf{J}_n^{t+1} - \mathbf{J}_n^* \right\|_F^2 + \|\vartheta_n^{t+1} \mathbf{R}_n^{t+1} - \mathbf{R}_n^*\|_F^2 \\ &\leq N\omega^2 \left\| \frac{1}{\vartheta_n^t} \mathbf{J}_n^{t+1} - \mathbf{J}_n^* \right\|_F^2 + N\omega^2 \|\vartheta_n^t \mathbf{R}_n^{t+1} - \mathbf{R}_n^*\|_F^2, \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

其中第二个不等式源于  $\omega \geq 1$ 。应用梯度更新规则 (5.33) 和文献 [161] 的 3.2 节内容到 (C.26)，可以得到如果  $M_p B_p \geq CK^2 \omega^2 \beta^2 p L_{\max}^2 \log^5(M_p B_p)$  成立，则  $\text{dist}(\mathbf{S}^{t+1}, \mathbf{S}^*) \gg (1 - \frac{\mu^t}{16\omega}) \text{dist}(\mathbf{S}^t, \mathbf{S}^*)$ 。因此，可以得到引理 5.2。

引理 5.3 可以通过引入留一法序列并结合数学归纳法来证明。由于  $\mathbf{R}^{t,(q)}$  独立于样本  $\mathbf{a}_{nq}$ ，有  $\left\| \mathbf{a}_{nq}^H (\mathbf{R}_n^{(q)} - \mathbf{R}_n^*) \right\|_2 \leq \sqrt{\log(DL_{\max})} \|\mathbf{R}_n^*\|_F$ 。然后，可以通过使用辅助序列  $\mathbf{J}^{t,(q)}$  并结合数学归纳法来建立 (5.41)，(5.42) 和 (5.50)。也就是说，只要当前迭代保持

在RIC内, 下一次迭代也会保持在RIC内。具体来说, 首先建立 $\{\mathbf{J}^t, \mathbf{R}^t\}$ 和 $\{\mathbf{J}^{t,(q)}, \mathbf{R}^{t,(q)}\}$ 之间的差距。接下来, 求 $\{\mathbf{J}^{t,(q)}, \mathbf{R}^{t,(q)}\}$ 关于 $\{\mathbf{b}_q, \mathbf{a}_{nq}\}$ 的界限。然后, 可以建立关于原始序列 $\{\mathbf{J}^t, \mathbf{R}^t\}$ 的不相干条件。详细证明基于文献[161]的第8.3节和第8.4节, 以及命题5.1中的边界(5.43)-(5.44)。重要的是, 截断的初始化表明 $\mathbf{B}^H \mathbf{Y}^{\text{tru}} \mathbf{A}_n^H$ 和 $\mathbf{B}^H \mathbf{Y}^{\text{tru}(l,m)} \mathbf{A}_n^H$  ( $\mathbf{Y}^{\text{tru}}$ 的任意第 $(l, m)$ 个元素被设置为零) 具有接近的归一化奇异向量, 因此第 $(t+1)$ 次迭代的截断初始化点仍然满足引理5.2中的条件。

## 附录 D 第六章相关证明

### D.1 引理6.1的证明

首先, 对于任意设定的 $\eta_b^t \leq \eta_{b,0}$ 和常数 $\eta_{b,0}$ , 本小节详细说明 $\zeta_b^t - \zeta_b^*$ 的二阶特性, 即

$$\begin{aligned} \|\zeta_b^t - \zeta_b^*\|_2^2 &= \|\gamma_b^t - \gamma_b^*\|_2^2 - 2\bar{p}\eta_b^t \langle \nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle + \bar{p}^2(\eta_b^t)^2 \|\nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*)\|_2^2 \\ &\leq \|\gamma_b^t - \gamma_b^*\|_2^2 - \bar{p}\eta_b^t(2 - \eta_{b,0}\mathcal{L}_f) \langle \nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle - \bar{p}\eta_b^t\eta_{b,0}\mathcal{L}_f \langle \nabla f(\gamma_b^t) \\ &\quad - \nabla f(\gamma_b^*), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle + \bar{p}^2\eta_b^t\eta_{b,0}\|\nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*)\|_2^2. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

对于凸的和 $\mathcal{L}_f$ -平滑函数 $f(\cdot)$ , 结合Bregman散度特性可以得到以下不等式

$$\|\nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*)\|_2^2 \leq \mathcal{L}_f \langle \nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle, \quad (\text{D.2})$$

和

$$\langle \nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle \geq d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*). \quad (\text{D.3})$$

将(D.2)代入到(D.1)后, (D.1)的最后两项将会抵消掉, 得到

$$\|\zeta_b^t - \zeta_b^*\|_2^2 \leq \|\gamma_b^t - \gamma_b^*\|_2^2 - \bar{p}\eta_b^t(2 - \eta_{b,0}\mathcal{L}_f) \langle \nabla f(\gamma_b^t) - \nabla f(\gamma_b^*), \gamma_b^t - \gamma_b^* \rangle. \quad (\text{D.4})$$

因此, 通过将(D.3)代入(D.4), 可得

$$\|\zeta_b^t - \zeta_b^*\|_2^2 \leq \|\gamma_b^t - \gamma_b^*\|_2^2 - \bar{p}\eta_b^t(2 - \eta_{b,0}\mathcal{L}_f)d_f(\gamma_b^t, \gamma_b^*). \quad (\text{D.5})$$

检查表达式(D.5)可以观察到这个递归的收敛需要满足 $2 - \eta_{b,0}\mathcal{L}_f > 0$ , 从而产生了条件 $\eta_{b,0} < \frac{2}{\mathcal{L}_f}$ . 根据(6.25)中 $\eta_b^t$ 的定义和 $f(\cdot)$ 的平滑度定义, 可知

$$\frac{1}{\mathcal{L}_f + \epsilon} < \eta_b^t < \frac{1}{\epsilon}. \quad (\text{D.6})$$

证明完毕。

## D.2 定理6.2的证明

从(6.11)中近端算子的定义可知以下等式成立

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_b^t &= \text{prox}_{\beta\eta_b^t g}(\boldsymbol{\gamma}_b^* - \eta_b^t \widetilde{\nabla} f(\boldsymbol{\gamma}_b^*) - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^*) \\ &= \underset{\mathbf{y}}{\text{argmin}} \left\{ \beta\eta_b^t g(\mathbf{y}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - (\boldsymbol{\gamma}_b^* - \eta_b^t \widetilde{\nabla} f(\boldsymbol{\gamma}_b^*) - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^*)\|_2^2 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

由于(6.6)中定义的函数 $g(\boldsymbol{\gamma}_b)$ 是凸函数, 可得

$$\mathbf{0} \in \mathbf{z}_b^t - (\boldsymbol{\gamma}_b^* - \eta_b^t \widetilde{\nabla} f(\boldsymbol{\gamma}_b^*) - \tau\eta_b^t \mathbf{x}_b^*) + \beta\eta_b^t \partial g(\mathbf{z}_b^t). \quad (\text{D.8})$$

结合(D.8)和(6.31)可以得到 $\boldsymbol{\gamma}_b^* = \mathbf{z}_b^*$ . 而(6.31)中的关系意味着(6.32)成立. 类似地, 表达式(6.14)意味着以下等式成立

$$\boldsymbol{\gamma}_b^t = \text{prox}_{\tau\eta_b^{l,t} \Psi_l}(\mathbf{z}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*}) = \underset{\mathbf{y}}{\text{argmin}} \left\{ \tau\eta_b^{l,t} \Psi_l(\mathbf{y}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - (\mathbf{z}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*})\|_2^2 \right\}. \quad (\text{D.9})$$

由于每个 $\Psi_l$ 的凸性, 问题(D.9)存在唯一的解 $\boldsymbol{\gamma}_b^*$ , 即:

$$\mathbf{0} \in \boldsymbol{\gamma}_b^t - (\mathbf{z}_b^* + \tau\eta_b^{l,t} \mathbf{x}_b^{l,*}) + \tau\eta_b^{l,t} \partial \Psi_l(\boldsymbol{\gamma}_b^t). \quad (\text{D.10})$$

使用这个界限和关系式 $\mathbf{x}_b^{l,*} \in \partial \Psi_l(\boldsymbol{\gamma}_b^*)$ , 可以很容易地验证 $\boldsymbol{\gamma}_b^t = \boldsymbol{\gamma}_b^*$ . 因此, 存在着满足表达式(6.33)的向量 $\boldsymbol{\gamma}_b^*$ . 至此, 证明完毕.

## 攻读博士学位期间主要研究成果及参与的科研项目

### 参与的科研项目：

1. 国家重点研发计划课题 (No. 2018YFB1801104)：大维随机接入理论与技术，2019.07–2023.06。
2. 浙江省杰出青年科学基金 (No. LR20F010002)：面向B5G蜂窝物联网的大规模接入理论与技术研究，2020.01–2023.12。
3. 国家自然科学基金 (No. 61871344)：大规模完全非正交多接入系统的关键技术研究，2019.1–2022.12。
4. 华为合作项目 (No. 20210310012)：有限带宽均衡算法研究项目，2021.6–2022.6。
5. 华为合作项目 (No. 2019071001)：6G联合创新研究框架项目，2019.1–2022.10。

### 参与的留学项目：

- 2021.02–2021.12，受国家留学基金委 (CSC) 资助，赴新加坡国立大学 (National University of Singapore) 进行联合培养。
- 2019.09–2021.02，受浙江大学博士研究生学术新星培养计划资助，与新南威尔士大学 (The University of New South Wales) 进行线上联合培养。

### 已发表/投递的期刊论文：

1. **Shao X**, Chen X, Zhong C, Zhao J, Zhang Z. A unified design of massive access for cellular internet of things[J]. **IEEE Internet of Things Journal**, 2019, 6(2):3934-3947. (正文第二章)
2. **Shao X**, Chen X, Jia R. A dimension reduction-based joint activity detection and channel estimation algorithm for massive access[J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 2020, 68: 420-435. (正文第三章)

3. **Shao X**, Chen X, Zhong C, Zhang Z. Feature-aided adaptive-tuning deep learning for massive device detection[J]. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, 2021, 39(7):1899-1914. (正文第四章)
4. **Shao X**, Chen X, Zhong C, Zhang Z. Exploiting simultaneously low-rank and sparsity in delay-angular domain for millimeter-wave/terahertz massive access[J]. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, 2021, PP(99):1-1. (正文第五章)
5. **Shao X**, Chen X, Ng D W K, Zhong C, Zhang Z. Cooperative activity detection: Sourced and unsourced massive random access paradigms[J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 2020, 68: 6578-6593. (正文第六章)
6. **Shao X**, You C, Ma W, Chen X, Zhang R. Target sensing with intelligent reflecting surface: Architecture and performance[J]. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, 2022, PP(99):1-1.
7. **Shao X**, Cheng L, Chen X, Huang C, Ng D W K. Reconfigurable intelligent surface-aided 6G massive access: Coupled tensor modeling and Sparse Bayesian learning[J]. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, 2021, Major Revision.
8. **Shao X**, Chen F. Complementary performance analysis of general complex-valued diffusion LMS for noncircular signals[J]. **Signal Processing**, 2019, 160:237-246.
9. Qiang Y, **Shao X**, Chen X. A model-driven deep learning algorithm for joint activity detection and channel estimation[J]. **IEEE Communications Letters**, 2020, 24(11):2508-2512.
10. Yu G, Chen X, **Shao X**, Zhong C. Low-cost intelligent reflecting surface aided Terahertz multiuser massive MIMO: design and analysis[J]. **SCIENCE CHINA Information Sciences**, 2021, 64: 1-15.
11. Gao Z, Chen X, **Shao X**. Robust federated learning for large-scale edge-intelligent network[J]. **SCIENCE CHINA Information Sciences**, 2021, PP(99):1-1.
12. Zhang X, **Shao X**, Guo Y, Lu Y, Cheng L. Sparsity-structured tensor-aided channel estimation for RIS-assisted MIMO communications[J]. Submitted to **IEEE Communications Letters**.

已发表的会议论文：



1. **Shao X**, Chen X, Ng D W K, Zhong C, Zhang Z. Deep learning-based joint activity detection and channel estimation for massive access: when more antennas meet fewer pilots[C]//2020 IEEE International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WC-SP). IEEE, 2020:1-6. (**Best Paper Award**, 正文第四章)
2. **Shao X**, Chen X, Jia R. Low-complexity design of massive device detection via Riemannian pursuit[C]//2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE, 2019:1-6. (**IEEE COMSOC Student Grant**, 正文第三章)
3. **Shao X**, Chen X, Zhong C, Zhang Z. Joint activity detection and channel estimation for mmW/THz wideband massive access[C]//2020 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2020:1-6. (**IEEE COMSOC Student Grant**, 正文第五章)
4. **Shao X**, Chen X, Ng D W K, Zhong C, Zhang Z. Covariance-based cooperative activity detection for massive grant-free random access[C]//2020 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE, 2020:1-6. (**IEEE COMSOC Student Grant**, 正文第六章)
5. **Shao X**, Chen X, Zhong C, Zhao J, Zhang Z. Protocol design and analysis for cellular internet of things with massive access[C]//2019 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, 2019:1-6. (正文第二章)
6. **Shao X**, Cheng L, Chen X, Huang C, Ng D W K. A Bayesian tensor approach to enable RIS for 6G massive unsourced random access[C]//2021 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE, 2021:1-6. (**IEEE COMSOC Student Grant**)
7. Yao J, Zhang Z, **Shao X**, Huang C, Zhong C, Chen X. Concentrative intelligent reflecting surface aided computational imaging via fast block sparse Bayesian learning[C]//2021 IEEE 93rd Vehicular Technology Conference (VTC 2021-Spring). IEEE, 2021:1-6.

已授权/受理的发明专利:

1. 邵晓丹, 陈晓明, “一种终端激活检测和信道估计方法”, 国家发明专利, 专利号: Z201910300852.5, 授权日期: 2020.07。
2. 邵晓丹, 陈晓明, 郑灯, “一种基于毫米波/太赫兹的宽带大规模终端激活检测和信道估计方法”, 国家发明专利, 专利号: 201911143202.0, 授权日期: 2020.10。

3. 邵晓丹, 陈晓明, “一种与源址无关的大规模合作接入算法”, 国家发明专利, 专利号: 202010675832.9, 授权日期: 2021. 04。
4. 邵晓丹, 陈晓明, “一种基于深度学习的联合设备检测和信道估计方法”, 国家发明专利, 专利号: 202010305196.0, 授权日期: 2021. 04。
5. 邵晓丹, 陈晓明, “一种模型驱动的基于深度学习的大规模设备检测方法”, 国家发明专利, 专利号: 202010305189.0, 授权日期: 2021. 08。
6. 邵晓丹, 陈晓明, 杨禹志, “一种智能超表面辅助的大规模无源随机接入方法”, 国家发明专利, 专利号: 202110339746.5, 受理日期: 2021. 03。
7. 应铭, 陈晓明, 邵晓丹, “一种低轨卫星物联网的大规模免授权随机接入方法”, 国家发明专利, 专利号: 202210149690.1, 受理日期: 2022. 02。